

# CRECIMIENTO ECONÓMICO Y HETEROGENEIDAD ESPACIAL EN BOLIVIA 1990-2011. UN ANÁLISIS ESPACIAL Y DE PANEL DINÁMICO<sup>1</sup>

**Rolando Caballero Martínez**

*Universidad Nacional Autónoma de México*

*Centro de Estudios Monetarios y Financieros (Madrid, España)*

Y

**Benigno Caballero Claure**

*Universidad Técnica de Oruro*

*University of New Mexico (EE.UU.)*

**Febrero del 2016**

**RESUMEN:** Este artículo estudia la convergencia y divergencia departamental en Bolivia, desde 1990 hasta 2011, empleando las definiciones clásicas de sigma convergencia, beta convergencia y convergencia condicional, además de técnicas no paramétricas y espaciales de uso frecuente como ser la estimación de la distribución de Kernel, el estadístico I de Moran y modelos econométricos espaciales: SAR y SEM y modelos de datos panel, así como medidas estáticas, como el indicador gamma, alpha, theil y el índice de herfindahl-hirschman. Los resultados empíricos indican un aumento en la dispersión del PIB per cápita para todo el periodo e incluso un proceso de divergencia para el subperíodo 1990-2000. Sin embargo, de manera robusta con los modelos econométricos espaciales y los modelos dinámicos de datos panel, se confirma un proceso de convergencia condicional significativo, para el periodo 2000-2011. Además se revela la importancia de la formación de clústeres de convergencia en el crecimiento económico de los departamentos del país.

**Palabras clave:** Convergencia beta, econometría espacial, departamentos

**CLASIFICACIÓN JEL:** C21, R11, O47

---

<sup>1</sup> El presente documento de investigación fue presentado por 1ra vez en el Magno: “*XXIII Coloquio Mexicano de Economía Matemática y Econometría*” celebrado del 23 al 27 de septiembre del 2013 en ciudad Toluca México, página web: [http://www.uaemex.mx/feconomia/CICE/COLMEME%202013/imagenes/XXIII\\_COLMEME\\_Programa\\_red.pdf](http://www.uaemex.mx/feconomia/CICE/COLMEME%202013/imagenes/XXIII_COLMEME_Programa_red.pdf), página nro. 30. Al mismo tiempo también fue presentado en el Magno encuentro: “*8vo. Encuentro de Economistas del Banco Central de Bolivia*”, realizado en la ciudad de Sucre Bolivia del 10 al 11 de septiembre del 2015, página web del documento completo: [https://www.bcb.gob.bo/eeb/sites/default/files/8eeb/docs/Rolando\\_Caballero.pdf](https://www.bcb.gob.bo/eeb/sites/default/files/8eeb/docs/Rolando_Caballero.pdf)

## 1. Planteamiento del problema de investigación

En los últimos años uno de los aspectos del crecimiento económico que más ha influido en las discusiones, ha sido la convergencia económica. En estas discusiones se delibera la existencia de mecanismos que permitan a las regiones menos desarrolladas crecer más de prisa que las más desarrolladas y, en última instancia, alcanzarlas; o alternativamente si las regiones pobres tienden a ser más pobres y las ricas más ricas (divergencia regional). En este sentido uno de los temas debatidos es sí las diferencias interregionales tienden a reducirse o aumentarse a mediano o largo plazo.

Asimismo la literatura sobre crecimiento económico a largo plazo y los análisis empíricos sobre el tema, se han desarrollado vertiginosamente desde hace más de veinte años a partir del trabajo de Romer (1986) sobre rendimientos crecientes y crecimiento de largo plazo.

Para Bolivia, se han realizado diversos estudios de crecimiento económico y convergencia regional, sin embargo, son contados los trabajos que han abordado el tema tomando en cuenta la econometría espacial y por lo mismo la dependencia espacial entre departamentos y de ahí que sea necesario plantear como problema de investigación el estudio de la tendencia del crecimiento económico de los departamentos de Bolivia e identificar la formación de clústeres de convergencia, precisando el papel e importancia de los factores espaciales en su comportamiento de 1990 a 2011.

Por tanto, en este trabajo nosotros nos planteamos como objeto de estudio la relación entre la hipótesis de convergencia del PIB per cápita (PIBpc) y la formación de clústeres de convergencia entre los departamentos de Bolivia; en dicha relación se considera la influencia de los efectos espaciales, dados estos últimos por la proximidad de la localización entre los departamentos de Bolivia<sup>2</sup>.

Las preguntas de investigación que nos formulamos son las siguientes:

1. ¿El crecimiento económico de los departamentos de Bolivia en el periodo 1990-2011 ha dado lugar a la formación de grupos o clústeres de convergencia? ¿Estos núcleos han tendido a reducir o a ampliar la desigualdad departamental en Bolivia?
2. ¿Cuál es el papel de los factores espaciales en el crecimiento económico de los

---

<sup>2</sup> En Bolivia existen nueve departamentos o regiones, que las mismas conforman la división político-administrativo departamental del país.

departamentos del país en el periodo de 1990-2011?

Las hipótesis de trabajo correlacionados a las preguntas previas son las siguientes:

1. El crecimiento económico de los departamentos de Bolivia en el periodo de 1990 a 2011 se caracteriza por un proceso de convergencia no significativo y por la formación de clústeres de convergencia.
2. Los efectos espaciales a través de la contigüidad y la concentración económica espacial condicionan el crecimiento de los departamentos de Bolivia y contribuyen en distinto grado a explicar el proceso de convergencia.

El artículo está estructurado de la siguiente manera. En la primera sección se dio una breve introducción del tema, así como la formulación del planteamiento del problema y sus posibles hipótesis. En la segunda sección se describe y se aplica con datos de los departamentos de Bolivia, las medidas de disparidades económicas estáticas, para analizar si efectivamente existe un proceso de convergencia y/o divergencia en los departamentos de Bolivia. La tercera sección también se describe y se aplica con datos de los departamentos de Bolivia, las medidas de disparidades económicas departamentales dinámicas, tomando en cuenta los efectos espaciales a través de la contigüidad y la concentración económica espacial para distintos periodos. La cuarta sección se describe y se aplica la metodología de datos panel y pruebas de raíz unitaria en paneles, para corroborar y contrastar los resultados dinámico-espaciales, hallados en la tercera sección. La quinta sección discute y contrasta los distintos resultados obtenidos, con las distintas metodologías aplicadas a lo largo de nuestro trabajo de investigación. Finalmente, en la última sección se muestran las conclusiones finales de nuestros resultados.

## **2. Medidas de Disparidades Económicas Departamentales: Estáticas**

### **2.1 Indicador Gamma:**

Representa una medida estática de la disparidad regional, la cual toma la relación entre el valor máximo y el mínimo del PIB per cápita departamental por año:

$$\gamma = \frac{PIBpc(máx)}{PIBpc(min)}$$

Donde:

$PIBpc = PIB$  per cápita

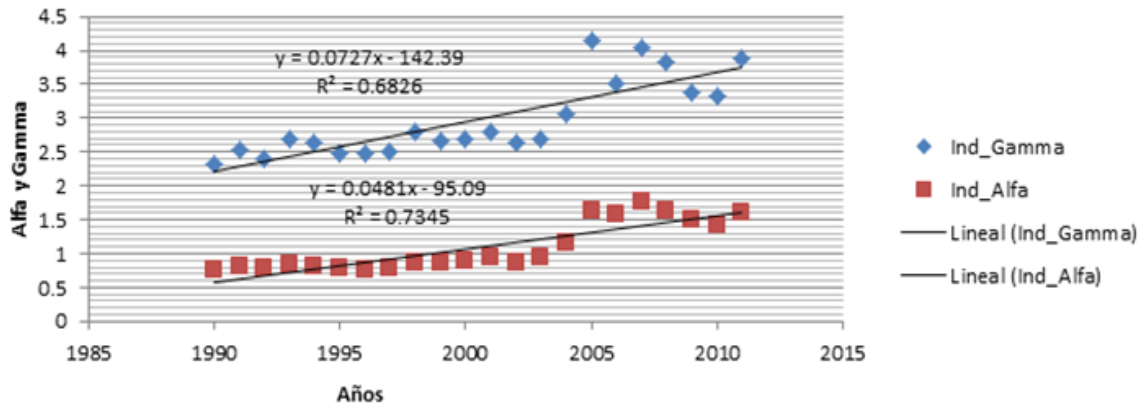
$\gamma =$  Indicador Gamma

### **2.2 Indicador Alfa:**

Es otro indicador estático, pero este relaciona la diferencia entre los valores extremos del PIB per cápita departamental de la serie y el promedio nacional:

$$\gamma = \frac{PIBpc(máx) - PIBpc(\min)}{PIBpc(promedio)} \quad ; \quad \alpha = \text{Indicador alfa}$$

**Gráfica 2.1 Indicadores Estáticos Gamma y Alfa**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

La evolución de las distancias entre departamentos ha tenido un crecimiento según los indicadores Gamma y Alpha, un comportamiento de divergencia muy lento, ya que en la década de los 90 el promedio el indicador Gamma era de 2.55 que correspondía a la distancia entre el máximo PIB per cápita (Santa Cruz) y el mínimo PIB per cápita (Potosí), y para el 2011 este indicador aumento a un 3.88, que corresponde a la distancia de Tarija (PIBpc máximo) y Trinidad (PIBpc mínimo). El indicador Alpha que también relaciona el PIB per cápita máximo y mínimo tiene el mismo comportamiento pasando de un promedio de 0.81 en la década de los 90 a un 1.59 en el 2011. Lo anterior nos da un indicio de un proceso de divergencia muy lento para el periodo analizado.

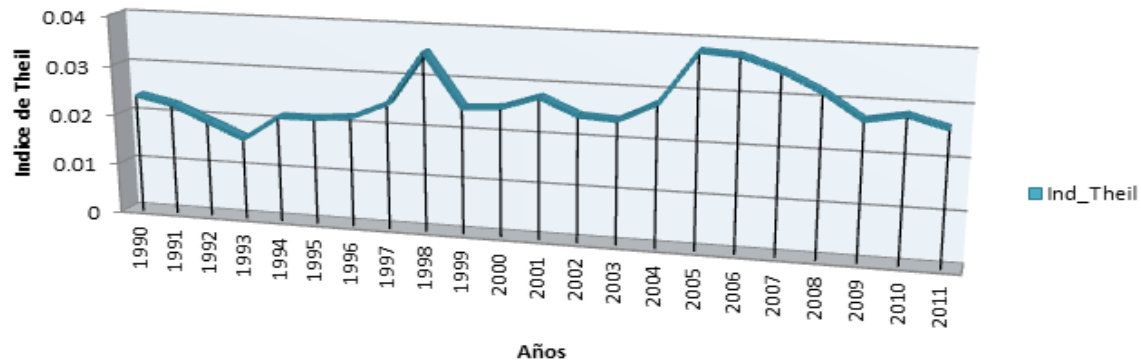
### 2.3 Indicador de Theil:

Este índice puede interpretarse como una expresión de desigualdad relativa, de modo que cuando es igual a cero se estará hablando de un sistema igualitario y cuando toma un valor positivo será un sistema desigual. Entre mayor es el valor del índice, mayor es la desigualdad. Su fórmula es la siguiente:

$$T = \sum_i \left\{ \frac{y_i}{y} \times \ln \left[ \frac{y_i / P_i}{y / P} \right] \right\} \quad ; \quad T = \text{Indicador de Theil}$$

Donde:  $y_i$ : PIB departamental,  $y$ : PIB nacional,  $P_i$ : Población departamental y  $P$ : Población nacional

**Gráfica 2.2 Indicador de Theil**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

El Índice de Theil refleja la desigualdad relativa, de tal forma que entre mayor es el valor del índice, mayor es la desigualdad. Podemos observar el comportamiento en el Gráfico 2.2. En el cual se evidencia un aumento relativo de la desigualdad entre los departamentos. El índice de Theil pasa de un promedio de 0.023 en la década de los 90 a un promedio de 0.030 en la época del nuevo milenio. Al igual que los indicadores Alpha y Gamma este aumento es muy leve ya que el índice de Theil aumenta solamente 0.007 en el periodo de 22 años.

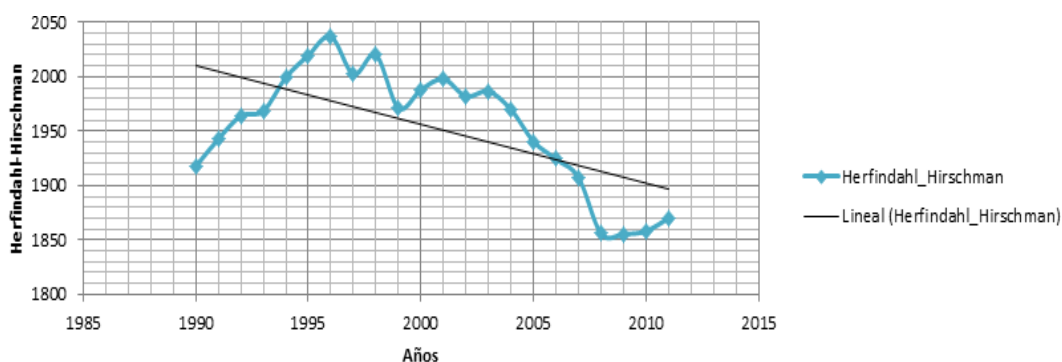
## 2.4 Índice de Concentración de Herfindahl-Hirschman:

Este índice permite conocer la evolución de los desequilibrios departamentales desde una dimensión espacial. El índice se calcula como la sumatoria del cuadrado de las participaciones porcentuales de los diferentes departamentos en el total. Este índice puede variar entre 0 y 10.000, indicando máxima concentración si tiende a 10.000 y a cero cuando no hay concentración, (Amador, 2008). Cabe resaltar que el valor de cero correspondería a un caso extremo teórico, donde ninguno de los territorios contribuye a la producción nacional, es decir que la producción nacional es nula; mientras que un valor de 10.000 sugiere que un solo territorio genera el total de la producción del país. Su fórmula se define.

$$IHH = \sum_i \left( \frac{y_i}{y} \times 100 \right)^2$$

Donde:  $y_i$ : PIB departamental,  $y$ : PIB nacional y IHH: Índice de concentración de Herfindahl-Hirschman

**Gráfica 2.3 Indicador de Herfindahl-Hirschman**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

La tendencia del Índice Concentración de Herfindahl – Hirschman, se comporta de forma decreciente lo que nos indica una desconcentración del producto, es decir que los departamentos aumentaron su participación en la generación del PIB, tal es el caso de Tarija y Potosí en la primera década del nuevo milenio, sin embargo, podemos observar que aunque en la década de los 90 existe un aumento significativo del índice pasando de 1917.64 en 1990 a 1988.05 en el 2000, también existe un decrecimiento de 117.95 puntos pasando de 1988.05 en el 2000 a 1870.10 en el 2011. Por lo anterior se puede afirmar que la tendencia decreciente a partir del 2000 es significativa y ello nos llevaría a concluir que en la última década del siglo 20 existe un proceso de divergencia, mientras que en la primera década del siglo 21 se caracteriza por un proceso de convergencia de los departamentos de Bolivia y para toda la muestra

1990-2011 tal vez se afirmaría una velocidad de convergencia mediana.

### **3. Medidas de Disparidades Económicas Departamentales: Dinámicas y Espaciales**

Cuando se habla de convergencia económica regional, se está refiriendo a la tendencia que existe a que los niveles de PIB per cápita de las regiones se igualen en el tiempo. La literatura ha establecido dos tipos de convergencia, o mejor, dos conceptos de convergencia económica, tipo beta y tipo sigma. El primero, tipo beta-convergencia, establece la relación inversa que existe entre la tasa de crecimiento del nivel inicial de PIB per cápita. Por su parte, el tipo sigma, o sigma-convergencia indica la relación que existe entre la dispersión del ingreso per cápita y el tiempo

#### **3.1 Convergencia tipo sigma**

Entre un grupo de entes territoriales existe una tendencia a la convergencia tipo sigma si la dispersión del PIB per cápita entre los mismos tiende a reducirse en el tiempo (Cuadrado Roura, 1998 y Azzoni, 1995). Esta dispersión suele medirse mediante la desviación estándar muestral, o bien mediante el coeficiente de variación. Así pues, lo que se estudia es el comportamiento de este estadístico a lo largo del tiempo. Cuando dicha dispersión muestra una tendencia a reducirse en el tiempo se afirma que se está produciendo convergencia sigma.

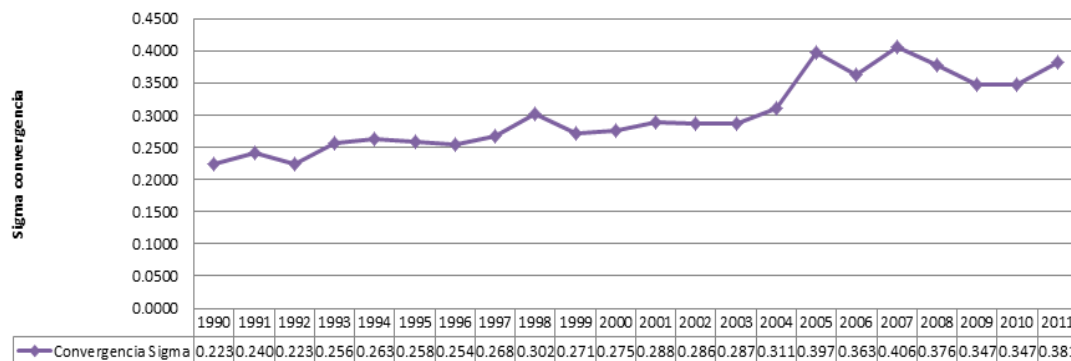
$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^N \left\{ \ln(y_{i,t}) - \mu_t \right\}^2}$$

Donde:  $y_{i,t}$ : PIB per cápita del departamento  $i$  en el momento  $t$ ;  $N$ : número de departamentos muestreados;  $\sigma_t$ : sigma convergencia y  $\mu_t$ : promedio de los PIB per cápita de los departamentos en el momento  $t$ . Por lo tanto, dependiendo de si el valor inicial de  $\sigma^2$  está por debajo o por encima de su valor de estado estacionario, la varianza irá creciendo o decreciendo en el tiempo. En otras palabras, se observará convergencia  $\sigma$  solamente en aquellos casos en que la varianza inicial esté por encima de la de estado estacionario.

A su vez, puede demostrarse (Barro y Sala-i-Martin, 1992) que los conceptos de convergencia  $\beta$  y  $\sigma$  están relacionados entre sí, si no hay convergencia  $\beta$  (es decir  $\beta < 0$  no se cumple) entonces la varianza del log ( $y_{i,t}$ ) crece continuamente en el tiempo. Por lo tanto, convergencia  $\beta$  es una condición necesaria, pero no suficiente, para la convergencia  $\sigma$ . Esto se puede mostrar en el siguiente caso: en un período de tiempo un grupo de regiones pobres crecen más que las ricas; pero en términos relativos y no

absolutos, de tal manera que la dispersión se mantiene constante o incluso puede aumentar. En el caso anterior, se tiene convergencia  $\beta$  pero no convergencia  $\sigma$ .

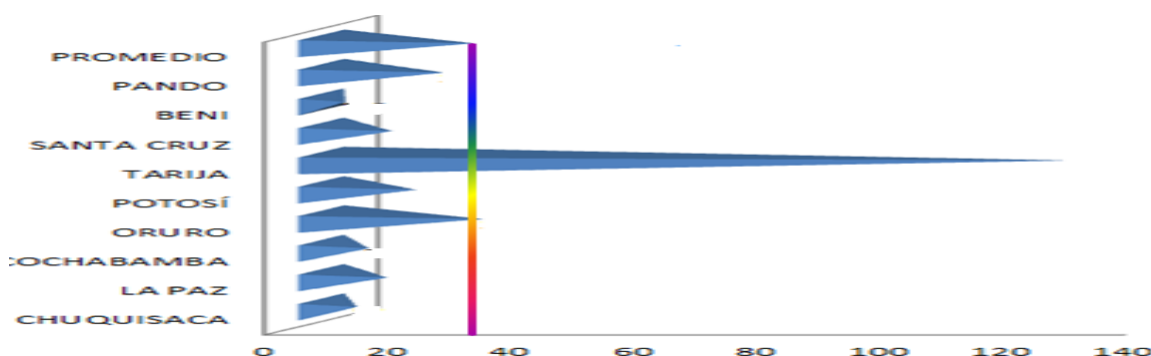
**Gráfica 3.1**  
**Convergencia Sigma**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

El Gráfico 3.1, muestra que la dispersión del PIB per cápita entre los mismos tiende a aumentar en el tiempo, esto quiere decir que la brecha entre los departamentos ha aumentado y por lo tanto no existe convergencia tipo sigma ( $\sigma$ ). Esta tendencia puede ser consecuencia de la alta varianza del PIB per cápita de algunos departamentos, como ser Tarija y Oruro que han tenido grandes fluctuaciones de su PIBpc desde inicios de la década de los 90 hasta nuestros últimos años. Sin embargo, también se puede advertir que Trinidad y Chuquisaca han sido departamentos cuyos PIBpc no han variado casi mucho en los últimos 22 años.

**Gráfica 3.2 Varianza del PIBpc de los Departamentos de Bolivia**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

Este resultado es coherente con la teoría económica y más específicamente siguiendo los conceptos Sala-i-Martin (1996), ya que una condición necesaria para la existencia de convergencia ( $\sigma$ ), es la existencia de convergencia  $\beta$ , en tanto la existencia de convergencia  $\beta$  tiende a generar convergencia ( $\sigma$ ),

### 3.2 Convergencia tipo beta ( $\beta$ )



La convergencia beta se observa cuando se da una relación inversa entre la tasa de crecimiento de la renta per cápita y el nivel inicial de ésta, es decir, trata de contrastar si una situación de retraso relativo en un momento dado tiende a reducirse con el paso del tiempo. Definido de otra forma, este concepto de convergencia implica que, a largo plazo, si existe convergencia de este tipo, los departamentos más pobres crecen a una tasa mayor que los más ricos, de forma que todas las economías tienden al mismo nivel y que podría denominarse estado estacionario, o lo que es lo mismo, trata de establecer si las áreas que parten de posiciones más retrasadas registran tasas de crecimiento mayores que las más adelantadas, de tal manera que se produzca un efecto de “catching-up”.

Como análisis complementario de los cuadrantes de desempeño mencionados en esta sección, se realiza un esquema de cuadrantes de convergencia, el cual contiene cuatro cuadrantes de análisis, pero el análisis de ejes varía, ya que no se analiza el promedio sino el nivel inicial del PIB per cápita respecto a su tasa de crecimiento.

**Gráfica 3.3 Esquema de Cuadrantes de Rendimiento Económico**



Fuente: Elaboración propia de los autores en base a definición teórica de convergencia tipo (β) de Sala-i-Martin, Xavier (1994)

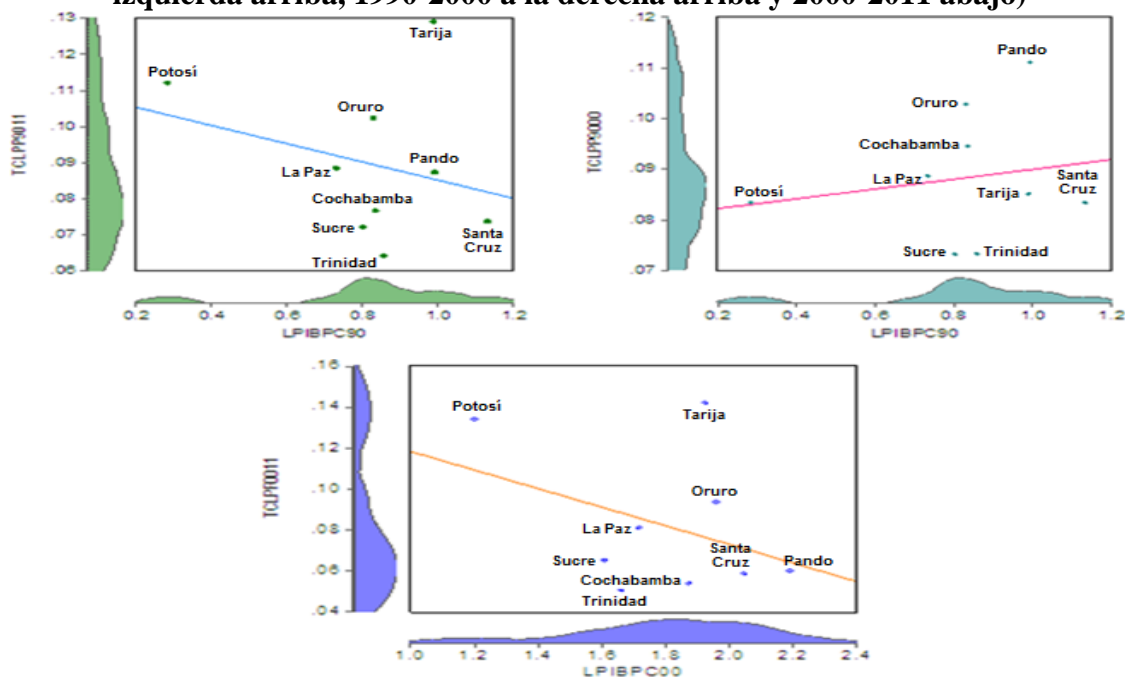
**Territorios Ganadores:** Regiones que han crecido por sobre la media nacional y que tienen productos per cápita también superiores a la media nacional.

**Territorios Emergentes:** En este cuadrante se ubican las regiones que han crecido por sobre la media nacional y que tienen productos per cápita inferiores a la media nacional. Se los ha denominado “convergentes” para hacer alusión al hecho de que están teniendo una buena dinámica de crecimiento y podrían estar convergiendo en el sentido de avanzar y alcanzar a las regiones más avanzadas.

**Territorios Atrasados:** En éste cuadrante se ubican territorios que han crecido por debajo de la media nacional y cuyos productos per cápita también están por debajo del promedio nacional. Se los ha denominado “estancados” debido a que su bajo dinamismo económico los mantiene en una situación de mayor atraso y, por lo tanto, pueden ser considerados como territorios potencialmente perdedores”.

**Territorios Declinantes:** En este cuadrante se ubican las regiones o territorios que han crecido por debajo de la media nacional y que tienen productos per cápita superiores a la media nacional. Son territorios que tienen un comportamiento convergente, ya que tienen tasas de crecimiento inferiores a los territorios de menor PIB per cápita, por lo que están, de alguna manera, permitiendo que se cierren las brechas.

**Gráfica 3.4 Convergencia Beta de los departamentos de Bolivia (1990-2011 a la izquierda arriba, 1990-2000 a la derecha arriba y 2000-2011 abajo)**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

Los resultados del análisis de convergencia sigma deben de complementarse con los de convergencia beta, dado que ésta es condición necesaria del comportamiento de la convergencia sigma.

El análisis de convergencia beta de los departamentos de Bolivia, envase a la teoría relaciona en forma inversa al crecimiento del ingreso en un periodo de tiempo con el ingreso inicial, lo que implica gráficamente para su existencia una asociación directa con pendiente negativa.

De esta forma la ecuación de beta convergencia absoluta queda especificada de la siguiente forma:

$$\left(\frac{1}{T}\right) \log\left(\frac{y_{i,t}}{y_{i,0}}\right) = c + \beta \log(y_{i,0}) + \mu_i$$

Donde:

$$\left(\frac{1}{T}\right) \log \left( \frac{y_{i,t}}{y_{0,t}} \right) = \text{Tasa de crecimiento o promedio anual del PIBpc de la región } i \text{ entre los años } 0 \text{ y } T$$

$y_{i,t}$  = PIBpc del departamento  $i$  en el año  $T$   
 $c$  = Intercepto  
 $T$  = Numero de periodos

De este modo,  $c$  y el coeficiente beta dependen de algunos parámetros del modelo como son: la tasa de progreso técnico, la tasa de crecimiento de la población, la tasa de preferencia por el tiempo, la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo y la participación del capital en la función de producción. Así mientras más grande sea el coeficiente beta, mayor tendencia a la convergencia tiene esta economía.

En el caso de los departamentos en el periodo de estudio, el crecimiento per cápita en el largo plazo (1990-2011) muestra una relación lineal negativa con el Pib real per cápita del año 1990, lo que implica inicialmente la presencia de convergencia absoluta entre los departamentos del país como se muestra en el gráfico 3.4. Pero, el ajuste de los datos a una línea recta con pendiente negativa es muy pobre, por lo mismo se puede afirmar que no existe un proceso de convergencia absoluta para el periodo 1990-2011.

Sin embargo, en los dos gráficos siguientes, para los dos sub-periodos, vemos dos procesos opuestos; en el gráfico 3.4 (abajo) se aprecia claramente que de 2000 a 2011 hay una asociación negativa entre el PIBpc de 2000 y la tasa de crecimiento del periodo, pero, dicha asociación es también no significativa. Por ultimo, en el gráfico 3.4 (derecha y arriba) se muestra que de 1990 a 2000 el ajuste lineal que podría darse es en torno a una recta con pendiente positiva.

### 3.3 Modelos de convergencia con efectos espaciales

En los estudios acerca de la convergencia se ha prestado poca atención a las características específicas de las regiones y las interrelaciones funcionales que éstas guardan entre sí. Badinger, Müller y Tondl (2002) realizan un análisis de convergencia espacial utilizando datos de panel dinámico, consideran que de no tomarse en cuenta estos factores espaciales los modelos econométricos de convergencia presentarán un problema de especificación incorrecta. La metodología para incorporar efectos espaciales en los modelos econométricos ha sido desarrollada por la disciplina de la econometría espacial en los trabajos de Anselin (1988), Anselin y Florax (1995), Anselin y Bera (1998), para el caso latinoamericano en cuanto a convergencia económica espacial, se tienen referencias de: Aroca y Bosch (2000), Asuad, N. y Quintana, R. L., (2008), Morandé, Soto, y Pincheira (1996), Raymond y García (1994)

y Valdivia, M. (2007). En términos generales ellos proponen la estimación de ecuaciones econométricas que incorporen la dependencia espacial en la variable dependiente y en el término de error. De acuerdo a esta propuesta el modelo econométrico para la ecuación de convergencia puede ser planteado como:

$$\log\left(\frac{y_{it}}{y_{i,t-T}}\right) = a - \rho W_1 \log\left(\frac{y_{it}}{y_{i,t-T}}\right) + \beta \log\left(y_{i,t-T}\right) + u_{it,t-T} \quad (1)$$

$$u_{it,t-T} = \frac{\lambda W_2}{2} u_{it,t-T} + \mu \quad (1.a)$$

$$u \text{ se distribuye } N(0, \Omega); \quad \Omega_{ii} = h_i(Z_i) \text{ con } h_i > 0 \quad (1.b)$$

Donde:  $y_{it}$  es el producto per cápita del departamento  $i$  para el periodo  $t$ , en tanto que el término de perturbación aleatoria ( $u$ ) incorpora una estructura de dependencia espacial autorregresiva. A su vez se considera que  $u$  se distribuye normalmente, con una matriz de varianzas y covarianzas  $\Omega_{ii}$  diagonal pero heteroscedástica, en la cual los elementos de su diagonal principal son función de las variables exógenas  $z$ , siendo  $\alpha$  un vector asociado a los términos no constantes de  $z$ . En las ecuaciones (1) y (1a),  $W_1$  y  $W_2$  son dos matrices de pesos espaciales<sup>3</sup>.

A partir de esta especificación podemos tener cuatro casos particulares<sup>4</sup>:

- 1) Modelo de convergencia clásico sin efectos espaciales:  $\rho=0$ ,  $\lambda=0$ ,  $\alpha=0$ :
- 2) Modelo autorregresivo mixto espacial:  $\lambda=0$ ,  $\alpha=0$ : Modelo SAR
- 3) Modelo de error espacial autorregresivo:  $\rho=0$ ,  $\alpha=0$ : Modelo SEM
- 4) Modelo mixto autorregresivo espacial con errores espaciales autorregresivos:  $\alpha=0$ : Modelo SARMA

La noción de espacio es incorporada en las matrices de pesos  $W_i$ , las cuales se construyen con las proximidades entre los departamentos.

A fin de confirmar si se presenta la convergencia beta absoluta y su velocidad, se estimó la ecuación 1 sin efectos espaciales (modelo 1), es decir, con  $\rho=0$  y  $\lambda=0$ . Los resultados del cuadro 3.1 muestran evidencia en contra de la existencia de convergencia absoluta en el ingreso en el largo plazo, dado que el coeficiente  $\beta$ , aunque negativo, no es estadísticamente significativo. Para evaluar la posible existencia de asociación espacial en el crecimiento de los departamentos de Bolivia, se realizaron pruebas para verificar

<sup>3</sup> El par de matrices de pesos espaciales  $W_1$  y  $W_2$  están asociadas respectivamente con un proceso espacial autorregresivo en la variable dependiente y en el término de error. Se sigue la notación planteada por Anselin (1988).

<sup>4</sup> En todos los casos la restricción  $\alpha=0$  implica que se supone homocedasticidad en la diagonal de la matriz  $\Omega_{ii}$ . Para un mejor entendimiento véase: Asuad, N. y Quintana, R.L., (2008).

la necesidad de incorporar retardos espaciales<sup>5</sup>.

Los estadísticos espaciales indican que se acepta la hipótesis nula de que la asociación espacial de la tasa de crecimiento de largo plazo es puramente aleatoria, por tanto los efectos espaciales no son estadísticamente significativos para todo el periodo y el primer subperiodo (1990-2000)<sup>6</sup>, pero no así para el último subperiodo.

**Cuadro 3.1 Modelos de convergencia para el caso de Bolivia**

<i>Variables</i>	<i>Modelo 1</i> <b>TLPIBPC9011</b>	<i>Modelo 2</i> <b>TLPIBPC9000</b>	<i>Modelo 3</i> <b>TLPIBPC0011</b>	<i>Modelo 4</i> <b>TLPIBPC0011</b>
Constante	0,112 (0,005)***	0,080 (0,002)***	0,163 (0,067)*	0,105 (0,093)*
LPIBPC90	-0,025 (0,464)	0,017 (0,640)		
LPIBPC00			-0,076 (0,094)	-0,055 (0,109)
W (lag)				0,522 (0,044)**
R <sup>2</sup>	0,088	0,032	0,144	0,394
Jarque-Bera	0,595	0,663	0,611	
Breusch-Pagan	0,421	0,519	0,941	0,684
Koenker-Bassett	0,461	0,380	0,939	
White	0,744	0,507	0,775	
<i>Estadísticos espaciales</i>				
I-Moran (error)	0,463	0,769	0,033**	
Multiplicador de Lagrange (retardo)	0,602	0,705	0,039**	
LM Robusto (retardo)	0,060	0,326	0,014**	
Multiplicador de Lagrange (error)	0,963	0,793	0,655	
LM Robusto (error)	0,052	0,345	0,023**	
Multiplicador de Lagrange (SARMA)	0,038	0,597	0,045**	
Likelihood ratio test				0,047**

\*/\*\*/\*\* Estadísticamente significativo al 10%, al 5% y al 1%, respectivamente.

*Niveles de significancia o valores de probabilidad* en paréntesis en los modelos no espaciales y en los espaciales.

Se utilizó una matriz de contigüidad de primer orden a nivel departamental

El modelo espacial SAR (modelos 4) se estimó bajo máxima verosimilitud

**Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA**

Como se mencionó anteriormente se hicieron pruebas para dos subperiodos (1990-2000 y 2000-2011) confirmándose que el modelo más adecuado es el de mínimos cuadrados ordinarios sin efectos espaciales para el primer periodo y que los efectos espaciales son

<sup>5</sup> En todos los casos se utilizó una matriz *W* estandarizada de primer orden de tipo de contigüidad reina.

<sup>6</sup> Las pruebas de efectos espaciales utilizadas fueron las versiones Multiplicador de Lagrange (retardo) y Multiplicador de Lagrange (error). La metodología utilizada en la selección de modelos fue la propuesta por Anselin (1988), en la cual el no rechazo de la hipótesis nula de no significancia de los efectos espaciales lleva a mantener el modelo sin dichos efectos, el rechazo de una de las dos pruebas mencionadas lleva a la utilización del modelo espacial correspondiente (retardo espacial o error espacial), el rechazo en las dos pruebas lleva a la utilización de las pruebas robustas correspondientes para identificar cuál de los dos modelos es el más significativo. En cualquier caso el modelo espacial seleccionado fue estimado por Máxima Verosimilitud.

estadísticamente significativos únicamente en el segundo periodo (véase el cuadro 3.1). Los periodos seleccionados buscan enfatizar la existencia de un posible cambio estructural en la economía boliviana que se dio al principio del nuevo siglo, debido en parte a las crisis del real brasileño (efecto samba), que termino por hacer caer las tasas de inflación en Bolivia en una situación deflacionaria y la misma habría tenido efecto en el crecimiento del producto, por otro lado también esta latente la crisis de las empresas punto com en EE.UU. que termino afectando en distinto grado a las economías de la región.

Los modelos estimados para los dos subperiodos muestran evidencia de que en el primer periodo parece existir un proceso de divergencia absoluta ya que su coeficiente es positivo y estadísticamente no significativo (véase el modelo 2 del cuadro 3.1). Caso contrario en el segundo periodo en donde su coeficiente, aunque es estadísticamente significativo al 90% de confianza, presenta signo negativo indicando la posible existencia de un proceso de convergencia absoluta (véase el modelo 3 del cuadro 3.1).

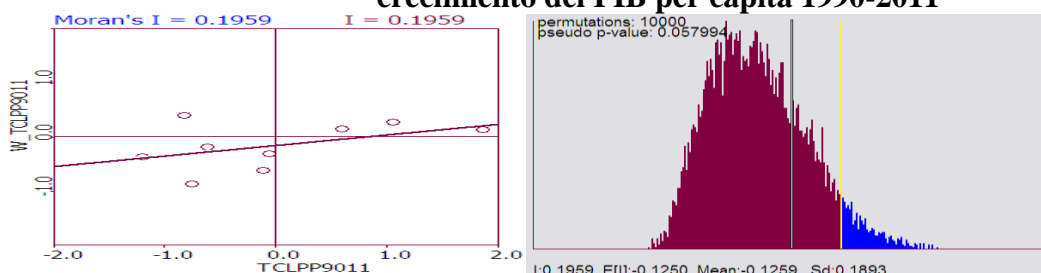
El modelo para 2000-2011 muestra evidencia a favor de una especificación de retardo espacial dado que es el más significativo en las pruebas de dependencia espacial del cuadro 3.1. La estimación del modelo de retardo espacial (modelo SAR) para el periodo 2000-2011 (modelo 4 del cuadro 3.1) muestra evidencia de que el crecimiento durante esos años tiene efectos espaciales de derrama entre los departamentos del país, sin embargo, al 90 por ciento de confianza, también se estuviera confirmando un proceso de convergencia absoluta.

La existencia de efectos espaciales (autocorrelación espacial) en el periodo 2000-2011, junto con la existencia de un proceso de convergencia lento (significativo al 90% de confianza), indica que un conjunto de departamentos de Bolivia ha crecido a través de un proceso que se refuerza espacialmente por la existencia de efectos de derrama del crecimiento, lo cual le ha permitido acercarse al resto de las regiones del país en esta ultima década. Para indagar en esta perspectiva de análisis, se calculó el índice de Moran para la tasa de crecimiento de esos años y se elaboró un diagrama de dispersión de Moran. El diagrama de dispersión de Moran permite graficar en un plano cartesiano la tasa de crecimiento normalizada del PIBpc en el eje de las abscisas y su retardo espacial en el eje de ordenadas, obteniendo con ello cuatro cuadrantes que reproducen diferentes tipos de asociación espacial. El primer cuadrante, a la derecha superior del gráfico, corresponde a los departamentos con tasas de crecimiento del PIBpc altas y que cuentan con vecinos cuyas tasas de crecimiento son también altas, dicho cuadrante

se identifica como Alto-Alto. El tercer cuadrante, en la parte izquierda inferior del gráfico, muestra departamentos con bajas tasas de crecimiento del PIBpc y que cuentan con vecinos con tasas de crecimiento también bajas, este cuadrante es identificado como Bajo-Bajo. El segundo cuadrante, en la parte izquierda superior del gráfico, presenta departamentos con bajas tasas de crecimiento del PIBpc y que cuentan con vecinos con altas tasas de crecimiento. Finalmente, en el cuarto cuadrante, que se corresponde con la parte derecha inferior del gráfico, se muestran departamentos con altas tasas de crecimiento del PIBpc y que cuentan con vecinos con bajas tasas de crecimiento. Los cuadrantes primero y tercero son indicativos de dependencia espacial positiva, en tanto que el segundo y el cuarto son de dependencia espacial negativa.

Los resultados del diagrama de dispersión de Moran se muestran en la gráfica 3.5 e indican la existencia de dependencia espacial positiva para el periodo 1990-2011, por lo cual los datos se agrupan fundamentalmente en los cuadrantes primero y tercero.

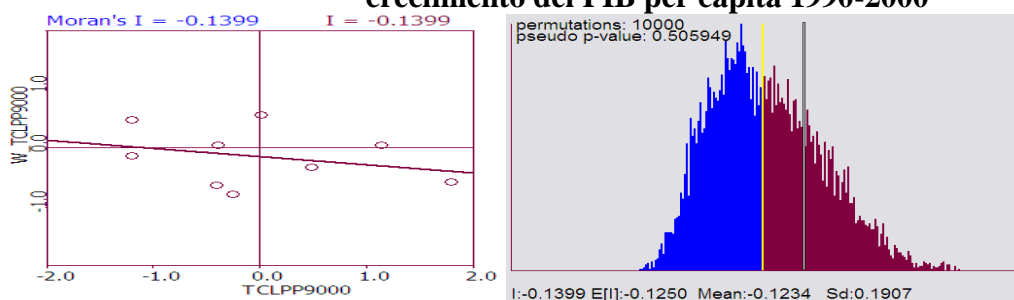
**Gráfica 3.5 Diagrama de dispersión de Moran para la tasa de crecimiento del PIB per cápita 1990-2011**



\* I-Moran = 0,1959, estadísticamente significativo al 10% de significancia con rachas de 10000 permutaciones.

Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

**Gráfica 3.6 Diagrama de dispersión de Moran para la tasa de crecimiento del PIB per cápita 1990-2000**

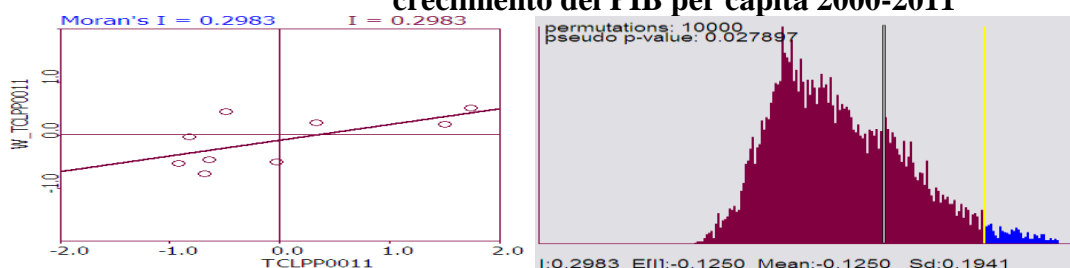


\* I-Moran = -0,1399, estadísticamente no significativo con rachas de 10000 permutaciones.

Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

Los resultados del diagrama de dispersión de Moran que se muestran en la gráfica 3.6, indican la existencia de dependencia espacial negativa para el periodo 1990-2000, por lo cual los datos se agrupan fundamentalmente en los cuadrantes segundo y cuarto.

**Gráfica 3.7 Diagrama de dispersión de Moran para la tasa de crecimiento del PIB per cápita 2000-2011**



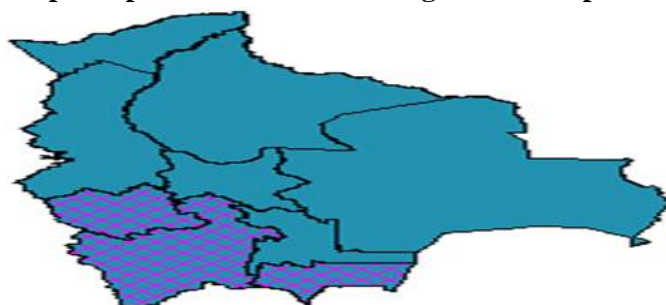
\* I-Moran = 0,2983, estadísticamente significativo al 5% de significancia con rachas de 10000 permutaciones.  
**Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA**

Por último los resultados del diagrama de dispersión de Moran de la gráfica 3.7, indican la existencia de dependencia espacial positiva para el periodo 2000-2011, por lo cual los datos se agrupan fundamentalmente en los cuadrantes primero y tercero.

Sorpresivamente los efectos de derrama del crecimiento (cuadrante Alto-Alto) ocurren en la parte occidental y sur del país (zonas mineras como Oruro y Potosí, y también Tarija relacionado fundamentalmente con el gas natural) y, tal y como se observa en la figura 3.8 en la cual se han sombreado de color de líneas rosadas, los estados que aparecen en el primer cuadrante de la figura 3.5.

Barro y Sala i Martin (1990, 1991, 1992 y 2004) han establecido que la convergencia absoluta supone que todas las regiones son iguales en el sentido de que disponen de las mismas preferencias, tecnologías e instituciones. Lo cual consideran es muy difícil que se cumpla, por ello propusieron el concepto de convergencia condicional incorporando un cierto número de variables adicionales que den cuenta de las diferencias en estado estacionario.

**Gráfica 3.8 Departamentos con dependencia espacial positiva (Alto-Alto) para la tasa de crecimiento del PIB per cápita 1990-2011 en el diagrama de dispersión de Moran\***



\*I-Moran = 0,1959, estadísticamente significativo al 10% de significancia con rachas de 10000 permutaciones.  
**Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA**

Para probar convergencia condicional o divergencia asociada a la concentración económica espacial, se retomó la variable de concentración económica espacial referida, en la que se considera que las diferencias entre los departamentos del país dependen de la asociación estadística entre el crecimiento del ingreso y el de la



concentración económica espacial, que se manifiesta como relaciones funcionales de las regiones o departamentos. Con base en ello se reformuló el modelo espacial, incorporando como variable proxy, tanto de las diferencias en estado estacionario como de la dinámica de su heterogeneidad, a una variable que da cuenta de las diferencias de concentración económica entre los departamentos del país. Dicha variable se construyó tomando la tasa de crecimiento de la participación del PIB departamental en el PIB nacional para cada departamento en el periodo de estudio y se denota como  $TIC_i$ . La utilización de una variable de concentración espacial de la actividad económica opera como una variable proxy de la concentración de la fuerza de trabajo y del capital, lo cual puede dar lugar a efectos positivos o negativos en el crecimiento. En su aspecto positivo, podría generar derramas de conocimiento entre empresas (Lucas, 1988) y externalidades en la medida en que las diferencias en la distribución espacial de la producción ocasione que las áreas concentradoras cuenten con mayores niveles de capital físico, (Asuad, N. y Quintana, R. L., 2008).

Los resultados de la estimación de la ecuación 2 sin efectos espaciales, para el periodo de 1990 a 2011, se muestran en el cuadro 3.2 (modelo 5) e indican evidencia de convergencia si se asume un nivel de significancia del 1%; asimismo, la variable de concentración económica es estadísticamente significativa y acelera levemente la velocidad de convergencia. Por consiguiente, la mayor tasa de concentración económica departamental, actúa como un factor que condiciona el crecimiento de las regiones del país.

En los resultados de los dos subperiodos que se presentan en el cuadro 3.2, se verifica la hipótesis de convergencia condicional en ambos subperiodos. En el primer subperiodo de 1990 a 2000 con un nivel de significancia del 10%, mientras en el periodo 2000 a 2011 con un nivel de significancia del 1%, resultando en ambos subperiodos el crecimiento de la concentración económica significativa para explicar el crecimiento de los departamentos del país (véase modelo 8, 9 y 10 en el cuadro 3.2).

Los resultados de las pruebas de dependencia espacial resultan significativos para todo el periodo 1990-2011 y para el último subperiodo 2000-2011. Para todo el periodo indican que el modelo de error espacial (SEM) y el modelo de rezago espacial (SAR) pueden ser una alternativa posible, en tanto que para el periodo 2000-2011 el modelo de retardo espacial (SAR) es significativo al nivel de significancia del 5%. Al estimar el modelo con error espacial para el periodo de 1990 a 2011 (véase modelo 7 en el cuadro 3.2) los efectos espaciales no son significativos, pero se sigue confirmando la

hipótesis de convergencia, siendo el coeficiente  $\beta$  estadísticamente significativo al 99% de confianza, al mismo tiempo al estimar el modelo con retardo espacial para el periodo de 1990 a 2011 (véase modelo 6 en el cuadro 3.2) los efectos espaciales son significativos, y se sigue confirmando la hipótesis de convergencia. Para el periodo 1990-2000 se verifica convergencia económica, pero la misma no es significativa (modelo 8 en el cuadro 3.2), ni tampoco hay indicios de dependencia espacial. Sin embargo para el periodo 2000-2011(modelo 9 y 10 en el cuadro 3.2), se confirma la hipótesis de convergencia, con una velocidad de convergencia anual de 0.2% para el periodo 2000-2011 y también la presencia de dependencia espacial a través de un modelo SAR, por lo mismo, se confirma la presencia de un proceso de asociación espacial, en el cual se reafirma la relación existente entre crecimiento y concentración económica.

**Cuadro 3.2. Modelos de convergencia condicionados para el caso de Bolivia**

<i>Variable</i>	<i>Modelo 5</i> <b>TLPIBPC9011</b>	<i>Modelo 6</i> <b>TLPIBPC9011</b>	<i>Modelo 7</i> <b>TLPIBPC9011</b>	<i>Modelo 8</i> <b>TLPIBPC9000</b>	<i>Modelo 9</i> <b>TLPIBPC0011</b>	<i>Modelo 10</i> <b>TLPIBPC0011</b>
Constante	0,114 (0,000)***	0,054 (0,000)***	0,111 (0,000)***	0,123 (0,000)***	0,136 (0,001)***	0,116 (0,000)***
LPIBPC90	-0,031 (0,012)***	-0,017 (0,001)***	-0,027 (0,002)***	-0,036 (0,064)*		
LPIBPC00					-0,032 (0,013)**	-0,029 (0,001)***
TIC9011	0,045 (0,000)***	0,048 (0,002)***	0,048 (0,002)***			
TIC9000				0,106 (0,005)***		
TIC0011					0,084 (0,003)***	0,081 (0,002)***
$\lambda$ (error)			0,256 (0,499)			
W (lag)		0,572 (0,004)***				0,483 (0,044)**
Velocidad de convergencia	0,001	0,0007	0,001	0,003	0,002	0,002
R <sup>2</sup>	0,942	0,984	0,934	0,757	0,964	0,969
Jarque-Bera	0,644			0,607	0,155	
Breush-Pagan	0,691	0,575	0,524	0,352	0,219	0,431****
Koenker-Bassett	0,541			0,069	0,417	
White	0,637			0,238	0,652	
<i>Estadísticos espaciales</i>						
Moran's I (error)	0,144			0,413	0,046	
Lagrange Multiplier (lag)	0,044			0,991	0,048	
Robust LM (lag)	0,007			0,421	0,033	
Lagrange Multiplier (error)	0,370			0,351	0,733	
Robust LM (error)	0,051			0,217	0,967	
Lagrange Multiplier	0,019			0,468	0,568	
Likelihood ratio test		0,0012****	0,0439**			0,0441**

\*/\*\*/\*\*\*\* Estadísticamente significativo al 10%, al 5% y al 1% respectivamente.

Valores de probabilidad o niveles de significancia en paréntesis en los modelos no espaciales y en los espaciales.

La velocidad de convergencia fue calculado con la formula:  $-\ln(1+\beta)/t$ , donde t = numero de periodos en estudio, [\*\*\*\* se verifica homogeneidad espacial]

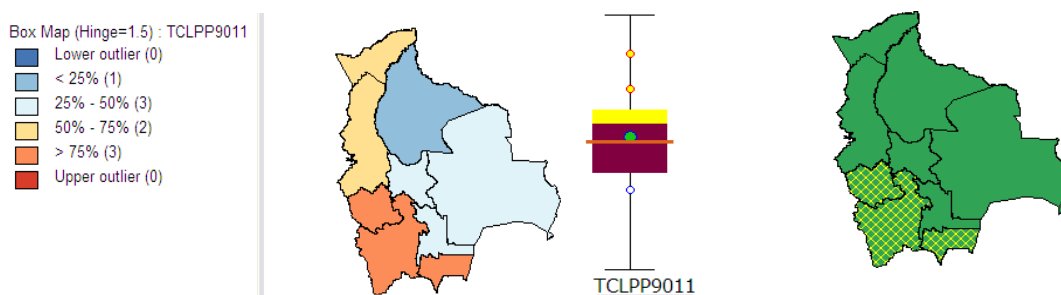
Se utilizo una matriz de contigüidad de primer orden a nivel departamental y los modelos espaciales SAR y SEM (modelos 6, 7 y 10) se estimaron bajo máximo verosimilitud

**Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA**

### 3.4 Determinación de grupos o clubes de convergencia y regiones de crecimiento económico

Se pretende determinar la existencia de regiones con comportamientos (ingreso per cápita) distintos al de sus pares; es decir, si existen regiones cuyo ingreso está por encima de las demás. Para conocer los valores atípicos se elaborarán diagramas de caja y mapas de caja. Al mismo tiempo a través del uso de mapas de Box (Boxmap) es posible identificar agrupaciones de departamentos que comparten características similares. Para evaluar la existencia de clústeres de convergencia se elaboraron Box Maps, los cuales permiten explorar visualmente la formación de grupos de departamentos del país de acuerdo con sus tasas de crecimiento<sup>7</sup>. En la gráfica 3.8 se muestran los resultados del periodo 1990-2011; los datos indican que el crecimiento más fuerte se da en el cuarto cuartil y ocurre en los departamentos de Oruro, Potosí y Tarija (sombreado de color naranja oscuro), mientras sorpresivamente los departamentos de Santa Cruz, Cochabamba y Sucre que pertenecen al primer cuartil, son los departamentos con mas bajo crecimiento.

**Gráfica 3.9** Tasas de crecimiento 1990-2011 \*



\* El mapa muestra la distribución en cuartiles de la tasa de crecimiento del PIB per cápita. Los tres estados sombreados de color verde con rayas amarillas corresponden a las tasas de crecimiento más altas, las cuales se encuentran en el cuarto cuartil.

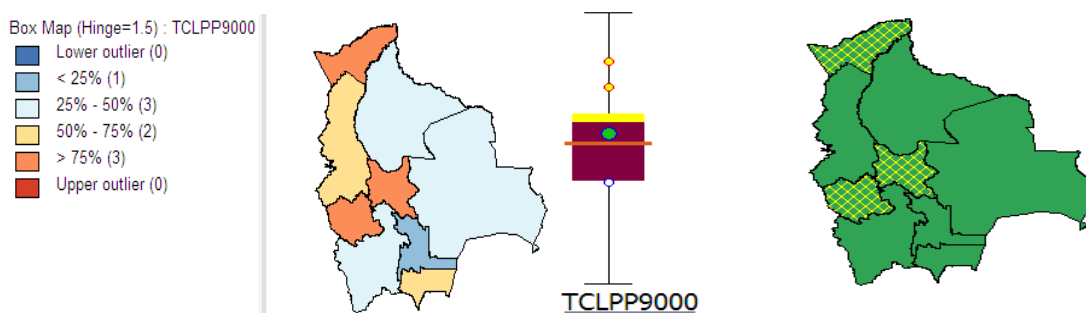
**Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA**

Si dividimos la dinámica de crecimiento en dos subperiodos, encontramos que el patrón de agrupamiento de los departamentos de Bolivia varía. En la gráfica 3.10, se observa que durante el periodo 1990-2000, los ritmos de crecimiento más bajos (celestes claros) se encuentran concentrados principalmente en oriente boliviano (Santa Cruz y Beni) y una zona occidental como es Potosí, los cuales son estados caracterizados por mayores niveles

<sup>7</sup> La técnica del Análisis Exploratorio de Datos Espaciales (ESDA), permite identificar la existencia de regímenes espaciales en los datos, en la literatura existen enfoques complementarios a éste como el planteado por Fisher y Stirböck (2005) en donde se aplican regresiones espaciales a cada régimen espacial o el uso de kernels estocásticos como lo hace Mora (2008).

de ingreso, tal es el caso de Santa Cruz. En tanto los crecimientos más altos (naranja oscuro) se concentran en los departamentos de Oruro, Cochabamba y Pando.

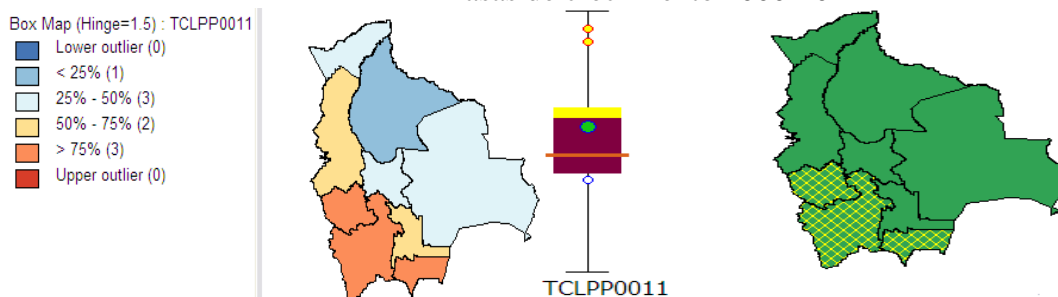
**Gráfica 3.10 Tasas de crecimiento 1990-2000**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

En la gráfica 3.11 se muestra la dinámica del crecimiento de 2000 a 2011. Es significativo que los ritmos de crecimiento más elevados se desplazan hacia la parte sud oeste del país, (naranja oscuro en el mapa). Mientras llama la atención dos aspectos. Primero, que Santa Cruz, uno de los departamentos con mayores niveles de PIB per cápita en Bolivia, en los tres subperiodos, se haya caracterizado por bajos niveles de crecimiento de su PIBpc. Segundo, Potosí, que hasta principios del nuevo siglo se haya caracterizado por el departamento con más bajo nivel de PIBpc, en el último subperiodo haya sido uno de los departamentos con mejor performance en relación a sus tasas de crecimiento.

**Gráfica 3.11 Tasas de crecimiento 2000-2011**

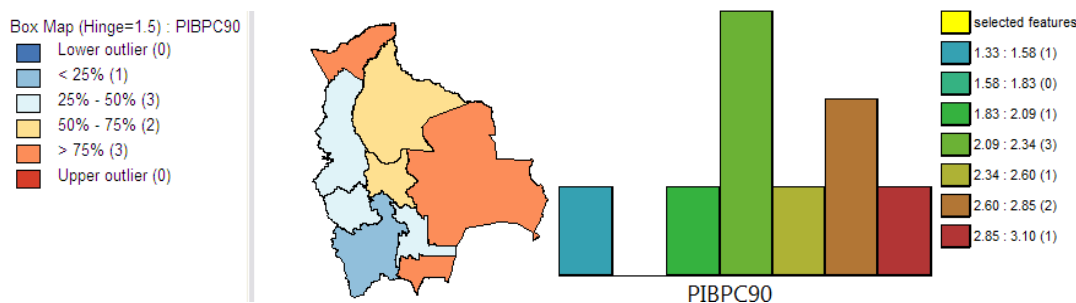


Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

Si ahora, en lugar de atender a la dinámica del crecimiento, nos enfocamos en las diferencias departamentales de los niveles del PIB per cápita, los tres mapas siguientes muestran que los departamentos de ingresos altos siguen siendo, en general, los mismos en 1990 que en 2011, tendiendo a fortalecerse Pando, Santa Cruz, Tarija y Oruro. Es decir, la heterogeneidad del ingreso entre departamentos ricos y pobres no muestra grandes cambios en el tiempo. Ya que los box maps tienden a confirmar lo señalado por los indicadores estáticos gamma y alpha. Por lo cual, se puede concluir que si bien en la economía boliviana operó un proceso

de convergencia económica lento para todo el periodo y significativo para la primera década del nuevo siglo, en términos reales, la desigualdad departamental no logro ser atenuada de manera significativa. Al respecto, se debe mencionar que el documento de convergencia para Bolivia de Soruco, Claudia (2011) llega a conclusiones similares a nuestro trabajo de investigación, pero en lugar de utilizar Box maps como lo hacemos nosotros, la investigadora utiliza un mapa de quintiles (clústeres de riqueza relativo) para observar las diferencias departamentales en cuanto a niveles de PIB per cápita.

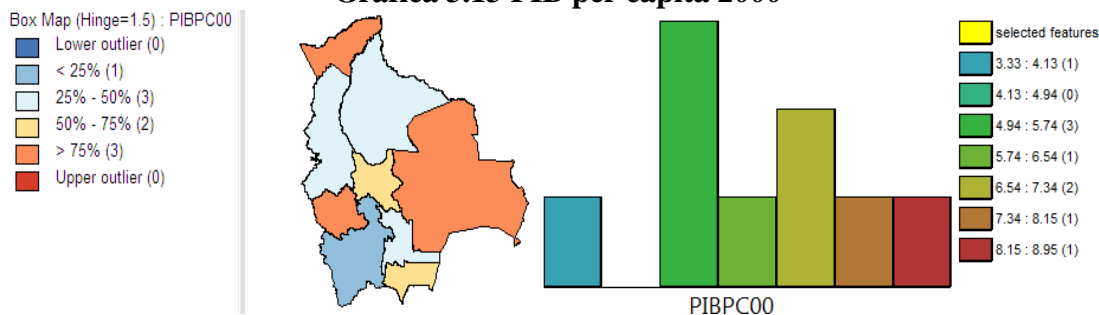
**Gráfica 3.12 Diferencias Departamentales en los PIB per cápita  
PIB per cápita 1990**



Con respecto a los histogramas, las columnas de las mismas nos muestran la situación de cada uno de los departamentos, Ejemplo: la barra de color azul se refiere a Potosí con PIBpc más bajo en 1990 y contrariamente la barra de color guindo del histograma se refiere a Santa Cruz, como el departamento con el PIBpc más alto para es mismo año

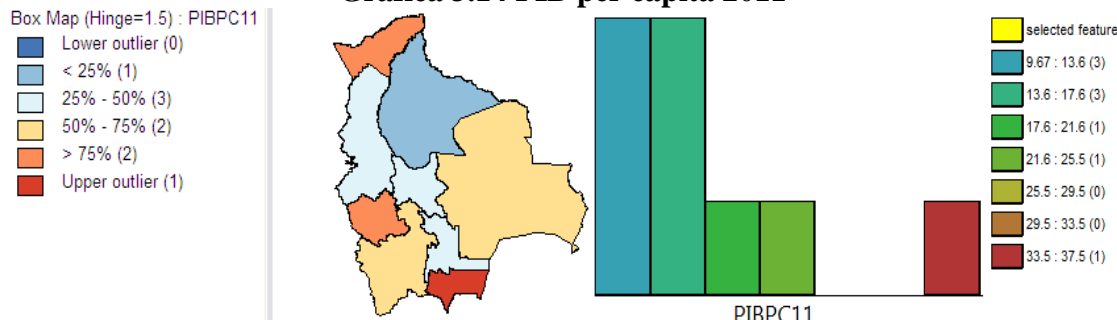
Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

**Gráfica 3.13 PIB per cápita 2000**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

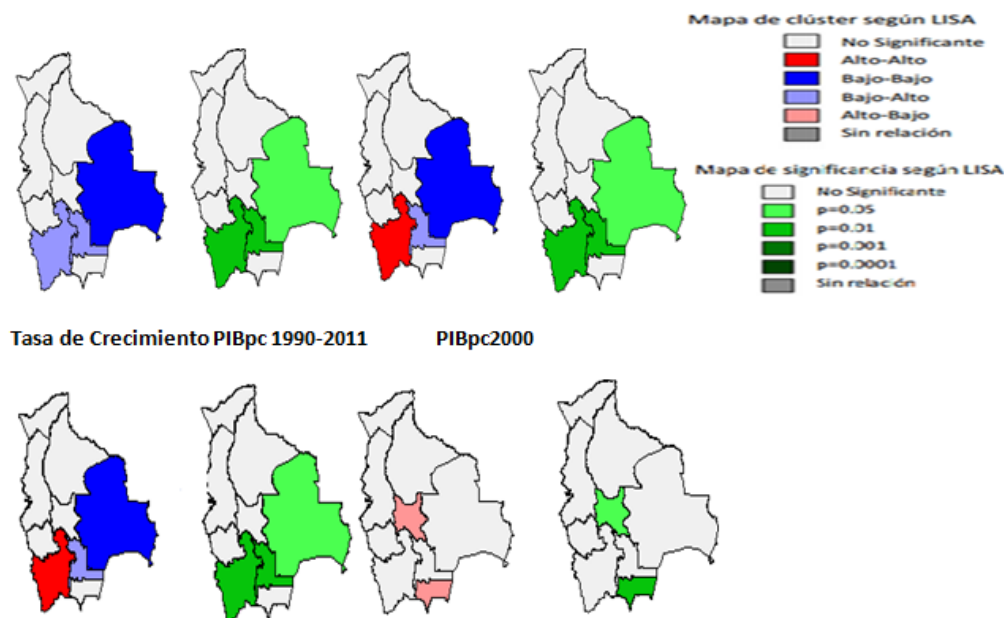
**Gráfica 3.14 PIB per cápita 2011**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

### Gráfica 3.15 Análisis LISA, autocorrelación espacial local

PIBpc2011 Participación departamental en el PIB 1990-2011



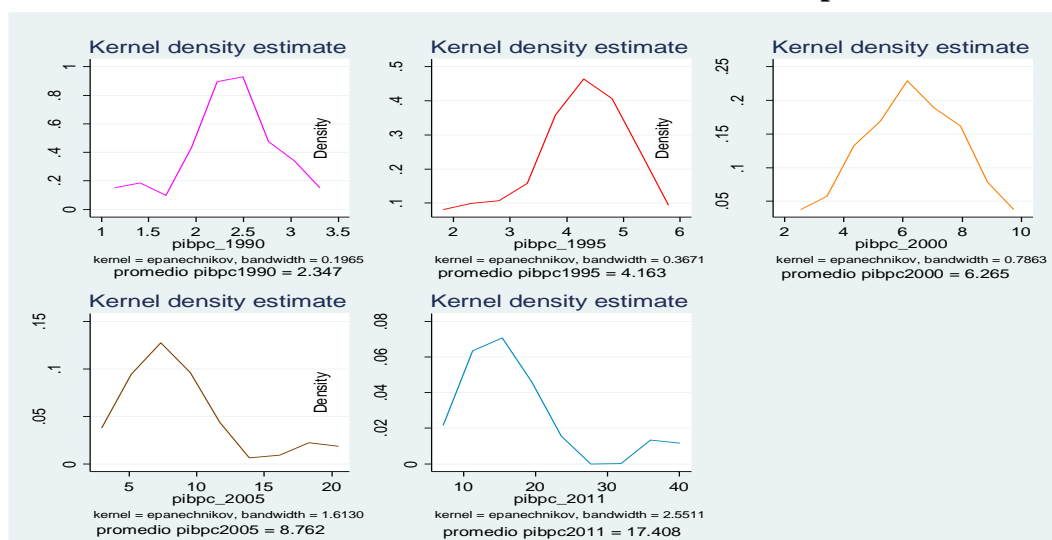
Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

Asimismo los indicadores locales de asociación espacial del análisis LISA, nos va a permitir una más estricta identificación de los *clusters* en su dimensión espacio-temporal, (Mendoza, M., 2006) y su respectiva significancia. Por ejemplo, con respecto a la gráfica 3.15 (izquierda, arriba) del PIBpc 2011, nos afirma que Potosí y Chuquisaca son los departamentos con el PIBpc más bajo, rodeado de departamentos de PIBpc altos (Ejemplos de departamentos con PIBpc 2011 elevados, tenemos a los departamentos de Oruro y Tarija) y este resultado es significativo al 1% de significancia, asimismo en la misma gráfica 3.15 (izquierda, arriba) nos afirma que Santa Cruz en el año 2011 es uno de los departamentos con PIBpc bajo, rodeado de departamentos con PIBpc bajos. Asimismo con respecto a la tasa de crecimiento del PIBpc 1990-2011 la gráfica 2.7 (izquierda, abajo) nos afirma dos cosas, primero que el departamento de Potosí tiene una tasa de crecimiento del PIBpc alto y está rodeado de departamentos que tienen a su vez una tasa de crecimiento del PIBpc alto (Oruro y Tarija), segundo, que los departamentos de Chuquisaca y Santa Cruz tienen una baja tasa de crecimiento del PIBpc y están rodeados a su vez de departamentos con una elevada y baja tasa de crecimiento del PIBpc sucesivamente, al mismo tiempo este resultado es significativo al 5% de significancia para el departamento de Santa Cruz y al 1% de significancia para los departamentos de Chuquisaca y Potosí.

### 3.5 Distribución de kernel

Se evidencia, en la gráfica de las densidades<sup>8</sup>, un proceso de incremento del ingreso per cápita que hace que las distribuciones se muevan a la derecha con el tiempo<sup>9</sup>; así también se distingue un aumento en el número relativo de departamentos con ingresos más altos, pero que tiende a atenuarse en el último año.

**Grafica 3.15 Distribución de Kernel del PIBpc**



Elaboración propia de los autores con datos del INE-BOLIVIA

### 4. Metodología de datos panel para evaluar convergencia

En este apartado, se aplicara la metodología de datos panel para diferenciar y elegir entre convergencia absoluta y convergencia condicional para Bolivia, pero con la diferencia esencial que entre el modelo clásico y el modelo dinámico de datos panel que estimamos, recae en la naturaleza de las variables. Asimismo, mientras que el modelo clásico establece como variable explicada la tasa de crecimiento anual del PIB por habitante, el modelo que nosotros aplicamos con datos panel tiene como variable dependiente el PIB por habitante. Asimismo, mientras que en el modelo clásico la variable independiente es el nivel inicial de PIB por habitante, en nuestro modelo la evolución del PIB esta explicada por el producto por habitante del periodo anterior, cabe recalcar que esta metodología fue utilizada por (Cermeño, R., 2001).

<sup>8</sup> Kernel se refiere a una técnica para elaborar gráficos, en la cual los datos están sopeados, es decir, se da mas importancia a los datos alrededor de un cierto valor y menor a medida que nos alejamos de este, de tal manera que se aplica mayor peso a los datos próximos al punto del percentil y menor a medida que nos alejamos (kernel density estimation)

<sup>9</sup> La misma también se puede advertir en el hecho de que el promedio del PIBpc va aumentando a medida que pasa el horizonte de pronostico



Adicionalmente, quienes han aplicado el modelo clásico realizan regresiones con MCO, utilizando datos de sección cruzada, mientras que en nuestro caso utilizamos en este apartado la técnica de panel.

Consideremos el modelo dinámico de datos panel con efectos individuales (MIE)<sup>10</sup>:

$$y_{it} = \delta_i + \beta y_{it-1} + \pi t + \gamma_{it}, \mathbf{i} = 1, \dots, \mathbf{N}; \mathbf{t} = 1, \dots, \mathbf{T}, \quad (1)$$

Dónde,  $i$  y  $t$  son las dimensiones de corte transversal y temporal respectivamente,  $\beta$  es el parámetro autoregresivo.  $\delta_i$ , son efectos específicos individuales y  $\pi t$  representa la tendencia temporal. El término de error  $\gamma_{it}$  se asume independiente e idénticamente distribuido (*iid*), con media cero y varianza  $\sigma_\mu^2$ . Los efectos específicos a cada corte transversal podrían ser fijos o aleatorios. En este último caso, éstos se distribuyen *iid* con media cero y varianza  $\sigma_\mu^2$ ; v no están correlacionados con el término  $\gamma_{it}$ <sup>11</sup>.

En el caso donde los efectos específicos a cada corte transversal ( $\delta_i$ ) son fijos e idénticos se obtiene:

$$y_{it} = \delta + \beta y_{it-1} + \pi t + \gamma_{it} \quad (2)$$

Este modelo es conocido como "modelo de datos agrupados" (MDA), o "pooled regression", (Mendoza, M. y Sánchez, A., 2008). Considérese que  $y_{it}$ , representa el PIB por persona (en logaritmos) de la economía  $i$  en el periodo  $t$ . Bajo el supuesto:  $0 < \beta < 1$ . La ecuación (1) es consistente con un proceso de convergencia condicional en el sentido de que las tasas de crecimiento ( $\Delta y_{it}$ ) tienden a alcanzar un valor común, aun cuando los niveles ( $y_{it}$ ) tienden hacia valores diferentes. Igualmente, esta ecuación implica que las desviaciones de  $y_{it}$  respecto a la tendencia común ( $\pi t$ ) tienden a desaparecer a lo largo del tiempo. La ecuación (2). En cambio, es consistente con convergencia absoluta. En este caso, el nivel y la tasa de

<sup>10</sup> Destacaremos que una ecuación de este tipo se puede derivar de una aproximación logarítmica del modelo de Ramsey alrededor de su estado estacionario, Cermeño, R. (2001). En nuestra investigación se evalúa el logaritmo del ingreso actual respecto al periodo anterior

<sup>11</sup> El modelo de efectos aleatorios se puede formular de la siguiente forma:  $y_{it} = \eta + \beta y_{it-1} + \pi trend + v_{it}$ , en donde  $\eta$  es el intercepto común y el término de error está dado por:  $v_{it} = \varphi_i + \gamma_{it}$

crecimiento del producto por persona son igual para todas las economías<sup>12</sup>.

En el último caso (ecuación 2), todos los parámetros del modelo pueden estimarse consistentemente por mínimos cuadrados ordinarios (OLS). En el caso de efectos individuales fijos, representado por la ecuación (1), es posible utilizar variables "dummy" para modelar dichos efectos y estimar los parámetros del modelo por el método OLS. Este estimador se conoce como "estimador de mínimos cuadrados con variables dummy" (LSDV). o estimador "Within". Se sabe, sin embargo, que aun cuando este estimador es relativamente eficiente, su consistencia depende únicamente de la dimensión temporal (T) del panel. Por tanto, dado un valor finito de T, el estimador LSDV es sesgado aún si N fuese infinitamente grande (Hsiao, 1986). Obviamente el sesgo será mayor mientras menor sea T. En el contexto previamente descrito, se puede probar las hipótesis de convergencia absoluta o condicional utilizando conjuntamente la prueba de (Breusch y Pagan, 1980) y la prueba F por efectos fijos. La prueba de multiplicador de Lagrange elaborada por Breusch- Pagan conocida como "prueba de efectos aleatorios" tiene la forma:

$$LM_{BP} = \left\{ \frac{NT}{2(T-1)} \right\} \left\{ \frac{S_1}{S_2} - 1 \right\}^2 \quad (3)$$

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it} \right)^2 \quad \text{y} \quad S_2 = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it}^2$$

Los términos  $\varepsilon_{it}$  son los residuales del modelo MDA estimado por el método OLS. El estadístico  $LM_{BP}$ , se distribuye asintóticamente  $\chi^2_{(1)}$ . Estrictamente, la hipótesis nula de esta prueba es  $H_0: \sigma^{\mu}=0$ , y corresponde al caso donde los efectos específicos a cada corte transversal ( $\delta_i$ ) no existen y por tanto el modelo MDA es válido. Este resultado correspondería al caso de convergencia absoluta.

De otro lado la prueba F se define como:

$$F = \left[ \frac{S_2 - S_3}{S_3} \right] \left[ \frac{(N-1)}{(NT - N - T - 1)} \right] \quad (4)$$

En este caso,  $S_3$ , es la suma de residuales al cuadrado en el modelo MEI utilizando el estimador LSDV. El término  $S_2$ , ha sido definido antes como la suma de residuales al cuadrado en el modelo MDA. Utilizando el estimador OLS. La prueba F intenta verificar la

---

<sup>12</sup> En ambos modelos se incluye una tendencia temporal, el mismo que representa el crecimiento tecnológico. Si no se incluyera la tendencia, en estos modelos implicaría que la tasa de crecimiento del PIBpc sería nulo en el largo plazo.

hipótesis:  $H_0: \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_N$ . A'. Otra formulación de esta hipótesis es  $H_0: \alpha_i = 0, i = 1, \dots, N - 1$ , en la que  $\alpha_i$  es la desviación de los respectivos efectos individuales ( $\delta_i$ ) respecto a un intercepto común en el modelo. En cualquiera de los casos anteriores, si esta hipótesis nula es válida, no existen efectos fijos, lo que correspondería al caso de convergencia absoluta. En caso que  $H_0$  sea rechazado, se tendrá evidencia a favor de convergencia condicional.

Las pruebas anteriores pueden implementarse de manera conjunta para discriminar entre las hipótesis de convergencia absoluta y condicional. Si ambas pruebas (LM y F) resultan ser significativas se puede concluir a favor de convergencia condicional. En cambio si ambas pruebas no son significativas, se puede concluir a favor de la hipótesis de convergencia absoluta.

Este mismo análisis de panel es utilizado por (Cermeño, 2001) y según el mismo autor la pregunta es qué ocurriría si las pruebas mencionadas arrojan resultados opuestos. Existirían dos casos posibles: i)  $F_{ef}$  no sea significativa y  $LM_{bp}$  sea significativa y ii)  $F_{ef}$  sea significativa y  $LM_{bp}$  no sea significativa. En el primer caso no se podría concluir, debido a que por un lado no hay efectos fijos y se acepta el modelo MDA (convergencia absoluta) y por otro lado la prueba LM rechaza el modelo MDA en favor de un modelo de efectos individuales aleatorios. En el segundo caso, por un lado existen efectos fijos significativos, lo cual va con la convergencia condicional (Modelo MEI), y por otro lado no hay efectos aleatorios significativos y por tanto se concluye en favor del modelo MDA, el cual implica convergencia absoluta. Esta aparente contradicción se puede resolver en favor de la convergencia condicional, puesto que la prueba  $F_{ef}$  rechaza explícitamente el modelo MDA en favor del modelo MEI.

Es importante recalcar que la metodología anterior supone que los paneles dinámicos son estacionarios, es decir que el parámetro  $\beta$  está entre cero y uno. Estrictamente, las pruebas anteriores implican que la hipótesis nula es la convergencia absoluta y la hipótesis alternativa es la convergencia condicional, pero también se podría dar la situación de no convergencia, cuando  $\beta=1$  por lo tanto la correcta medición del parámetro es de vital

importancia para concluir o no a favor de la convergencia<sup>13</sup>.

En el cuadro 4.1 se presenta los resultados de estimación y pruebas de hipótesis. Para el periodo (1990-2011) y los sub-periodos (1990-2000 y 2000-2011), los resultados obtenidos para el parámetro autoregresivo (correspondientes a la variable "PIB" per cápita (-1)), aparentemente son consistentes con convergencia absoluta (modelo MDA) y también con convergencia condicional (modelo MEL). Sin embargo, las pruebas sugeridas para discriminar entre ambas hipótesis favorecen la hipótesis de convergencia condicional, aunque la evidencia no es muy sólida, debido a que el parámetro autoregresivo de la variable "PIB" per cápita (-1) es cercano a la unidad, tanto en el modelo sin corrección (cuadro 4.1, periodo 1990-2011) y el modelo corregido (cuadro 4.2, periodo 1990-2011). Específicamente, la prueba LM (Breusch-Pagan) acepta la hipótesis de que existan efectos individuales al 5% de significancia. Por otro lado, la prueba *F* por efectos fijos también acepta la hipótesis de que dichos efectos existan a niveles de significancia del 5%. Se puede concluir entonces que para un nivel de significancia de aproximadamente 5%, ambas pruebas rechazan la hipótesis de convergencia absoluta a favor de convergencia condicional<sup>14</sup>, aunque hay que reconocer que este hallazgo de convergencia condicional para el periodo 1990-2011 es cuestionable, debido a que el parámetro autoregresivo de la variable "PIB" per cápita (-1) es muy cercano a la unidad, y la misma estaría indicando tal vez un proceso de divergencia.

En los casos de las muestras (1990-2000 y 2000-2011) se obtienen resultados en apariencia contradictorios. Por un lado, el modelo (cuadro 4.1, periodo 1990-2000) el parámetro autoregresivo del PIBpc es igual a la unidad, la misma que indicaría un proceso de divergencia en este periodo. Sin embargo, el modelo panel dinámico para el periodo 2000-2011, las pruebas LM aceptan la hipótesis alternativa de que hay efectos aleatorios. De otro lado, las pruebas de *F* indican que hay efectos individuales significativos (modelo de efectos fijos) y la prueba de Hausmann indica que el modelo de efectos fijos es el elegido, al mismo tiempo el parámetro autoregresivo de la variable "PIB" per cápita (-1) del periodo 2000-2011 está en torno a 0.8 (cuadro 4.2, periodo 2000-2011), y la misma estaría confirmando con un

---

<sup>13</sup> Es decir, en el caso de que nuestros paneles dinámicos tengan problemas de autocorrelación serial, autocorrelación contemporánea y/o heterocedasticidad, las mismas deben ser solucionados, para obtener estimadores MELI

<sup>14</sup> Hay que recalcar que el modelo del (cuadro 4.1 periodo 1990-2011), si bien se acepta que existe convergencia condicional, este modelo para dicho periodo tiene enfermedades de: autocorrelación contemporánea, autocorrelación serial y heterocedasticidad, que dichas enfermedades son tratadas con la metodología PCSE y FGLS para obtener estimaciones correctas (cuadro 4.2, periodo 1990-2011).

elevado grado de significancia del 1% (99% de confianza) de que existe un proceso de convergencia condicional para este último subperíodo.

Como se dijo antes, estas últimas pruebas evalúa explícitamente la validez del modelo de datos agrupados MDA (hipótesis nula) versus el modelo de efectos individuales MEI (hipótesis alternativa), y por tanto de acuerdo a los distintos periodos se puede concluir ya sea en favor del modelo MEI que indica convergencia condicional o el modelo MDA que indica convergencia absoluta.

Si se utilizan modelos de crecimiento exógeno, se podría argumentar que durante todo el periodo 1990-2011 los departamentos bolivianos han experimentado un proceso de crecimiento tecnológico continuo no significativo para todo el periodo (los coeficientes de la tendencia temporal (Tiempo) son positivos en ambos casos), mientras que para el primer subperiodo 1990-2000 podríamos afirmar que se ha experimentado un proceso de decrecimiento tecnológico continuo significativo al 99% de confianza y por ultimo para el periodo 2000-2011 confirmamos que los departamentos de Bolivia ha experimentado un proceso de crecimiento tecnológico continuo significativo al 99% de confianza. Otra posibilidad es que la dinámica de crecimiento de los departamentos de Bolivia esta mayormente relacionada a las políticas económicas implementadas por los distintos gobiernos en función de turno, también está altamente influenciado por los recursos naturales no renovables que dispone cada región (caso de Tarija, con el tema del gas natural) y por la coyuntura económico-social de Bolivia y el mundo que ha favorecido y/o desfavorecido en distinto grado a cada una de las regiones (caso de Oruro y Potosí que en los años 2005 se ha visto favorecido por las buenas cotizaciones de los metales preciosos). Por otro lado, un asunto relacionado se refiere a los factores condicionantes en la convergencia. Al respecto debe señalarse que el enfoque utilizado en este trabajo se limita a investigar el tipo de convergencia que podrían seguir los departamentos y encuentra que el proceso de crecimiento de los departamentos es congruente con la hipótesis de convergencia condicional (las tasas de crecimiento están evolucionando hacia un valor común) especialmente para el periodo 2000-2011

**Cuadro 4.1 Resultados de Estimación y Pruebas de Convergencia**

Variable dependiente: PIB per cápita	Modelo Pooled		Modelo Efectos Fijos		Modelo Efectos Aleatorios	
	Coficiente	Valor Probabilidad	Coficiente	Valor Probabilidad	Coficiente	Valor Probabilidad
Muestra 1990 - 2011						
constante	0.099	0.000	0.127	0.000	0.104	0.001
tiempo	0.001	0.925	0.003	0.140	0.001	0.643
PIB per cápita(-1)	0.995	0.001	0.962	0.001	0.988	0.002
R <sup>2</sup>	0.984		0.982		0.995	
LM					3.544	0.043
F(8, 178)			3.29	0.021		
Test_Hausman			chi2(2) = 6.56 ; valor de probabilidad = 0.0345			
Test_Wooldridge _autocorrelación serial			F(1, 8) = 11.790 Prob > F = 0.0089			
Test_Breusch- Pagan LM_correlación contemporánea			chi2(36) = 219.613 Prob = 0.0000			
Test_Wald modificado_Heter ocedasticidad			chi2 (9) = 21.44 Prob>chi2 = 0.0109			
muestra	189		189		189	
Muestra 1990 - 2000						
constante	0.141	0.000	0.314	0.000	0.141	0.000
tiempo	-0.008	0.000	0.014	0.008	-0.009	0.000
PIB per cápita(-1)	1.005	0.000	0.806	0.000	1.003	0.000
R <sup>2</sup>	0.983		0.973		0.971	
LM					0.79	0.3742
F(8, 79)			1.76	0.097		
muestra	90		90		90	
Muestra 2000 - 2011						
constante	0.043	0.417	0.306	0.002	0.112	0.000
tiempo	0.009	0.000	0.024	0.000	0.013	0.001
PIB per cápita(-1)	0.994	0.008	0.831	0.001	0.951	0.000
R <sup>2</sup>	0.973		0.961		0.958	
LM					5.57	0.018
F(8, 88)			4.23	0.0003		
Test_Hausman			chi2(2) = 10.67 ; valor de probabilidad = 0.0048			
Test_Wooldridge _autocorrelación serial			F(1, 8) = 4.661 Prob > F = 0.0829			
Test_Breusch- Pagan LM_correlación contemporánea			chi2(36) = 115.445 Prob = 0.0000			
Test_Wald modificado_Heter ocedasticidad			chi2 (9) = 44.01 Prob>chi2 = 0.0000			
muestra	99		99		99	

Elaboración propia de los autores

**Cuadro 4.2<sup>15</sup> Resultados de Estimación Corregidos y Pruebas de Convergencia<sup>16</sup>**

Variable dependiente: PIB per cápita	Modelo Efectos Fijos PCSE		Modelo Efectos Fijos FGLS <sup>17</sup>	
	Coefficiente	Valor Probabilidad	Coefficiente	Valor Probabilidad
Muestra 1990 - 2011				
tiempo	0.004	0.310	0.005	0.105
PIB per cápita(-1)	0.939	0.000	0.917	0.000
Pando	0.011	0.082	0.012	0.556
Beni	-0.048	0.095	-0.057	0.029
La Paz	-0.015	0.461	-0.022	0.251
Santa Cruz	-0.014	0.331	-0.015	0.319
Cochabamba	-0.025	0.152	-0.029	0.055
Oruro	0.009	0.566	0.007	0.658
Potosí	-0.019	0.662	-0.036	0.352
Chuquisaca	-0.043	0.128	-0.053	0.030
Tarija	0.042	0.039	0.045	0.057
R <sup>2</sup>	0.998		0.982	
Prob > chi2	0.000		0.000	
Wald chi2(10)	33823.65		5719.20	
muestra	189		189	
Muestra 2000 - 2011				
tiempo	0.023	0.000	0.024	0.000
PIB per cápita(-1)	0.847	0.000	0.809	0.000
Pando	0.023	0.342	0.027	0.432
Beni	-0.095	0.015	-0.117	0.000
La Paz	-0.034	0.179	-0.048	0.011
Santa Cruz	0.070	0.035	0.085	0.027
Cochabamba	-0.056	0.012	-0.069	0.000
Oruro	0.088	0.036	0.064	0.052
Potosí	0.059	0.127	0.067	0.070
Chuquisaca	-0.079	0.027	-0.100	0.000
Tarija	0.144	0.000	0.156	0.000
R <sup>2</sup>	0.985		0.971	
Prob > chi2	0.000		0.000	
Wald chi2(10)	10347.37		27591.07	
muestra	99		99	

Elaboración propia de los autores

<sup>15</sup> Hacer notar que en el cuadro 4.2 se presentan los modelos de efectos fijos corregidos por los métodos PCSE y FGLS, ello debido a que el modelo de efectos fijos para el periodo (Muestra 1990 – 2011, cuadro 4.1) adolece de problemas de autocorrelación serial, correlación contemporánea y heterocedasticidad. Por su parte el modelo de efectos fijos para (Muestra 2000 – 2011, cuadro 4.1) adolece de problemas de correlación contemporánea y heterocedasticidad, más detalles se muestran en el anexo nro. 1.

<sup>16</sup> Para una introducción técnica, pero fácil de entender sobre las propiedades de FGLS y PCSE, ver: Nathaniel Beck, “Time-Series-Cross-Section Data: What Have We Learned in the Past Few Years?”, *Annual Review of Political Science*, 4: 271-93 (2001).

<sup>17</sup> Hasta la fecha, el debate entre FGLS y PCSE continúa, y ya se han desarrollado algunos métodos econométricos alternativos. Para propósitos de esta investigación para Bolivia y como una forma de contribución a la metodología econométrica aplicada al caso de convergencia para Bolivia, vale la pena estimar ambos métodos y comparar resultados.

Hacer notar que las pruebas de autocorrelación serial, autocorrelación contemporánea y heterocedasticidad para el modelo de efectos fijos, para los periodos 1990-2011 y 2000-2011, se encuentran en el anexo nro. 1: Ahora en el cuadro 4.2 se muestran los modelos de efectos fijos corregidos por los métodos PCSE y FGLS, véase a (Nathaniel Beck, 2001).

#### 4.1 Estacionariedad en datos panel del PIB per cápita Departamental

Ante esta nueva perspectiva de modelización dinámica con datos de panel, se empezaron a desarrollar a principios de los 90 un importante conjunto de trabajos teóricos y empíricos. Tras una serie de documentos iniciales que abrieron camino en la exploración (Bhargava, Franzini y Narendranathan, 1982 ó Breitung y Meyer, 1994), el trabajo de Quah (1992 y 1994) fue uno de los primeros es sugerir formalmente, sobre la base del modelo expuesto anteriormente, un test simple de raíces unitarias y su utilidad en su aplicación a las teorías de crecimiento convergente en macroeconomía.

A continuación revisamos una prueba de raíz unitaria para paneles que se suelen utilizar en la práctica. En orden de aparición, tal vez uno de los primeros trabajos interesados en contrastar la existencia de raíces unitarias en paneles es el de (Levin y Lin, 1992) (LL)<sup>18</sup>. Estos autores consideran el modelo:

$$y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} + z_{it}' \gamma + u_{it}, \quad (5)$$

Donde  $i = 1, \dots, N$ ,  $t = 1, \dots, T$ , y  $z_{it}$  es el componente determinístico del modelo, que puede ser igual a cero (sin componente determinístico), uno (si el intercepto es igual para todos los individuos del panel),  $\mu_i$  (si el intercepto es específico a cada uno de los individuos del panel), o con una tendencia lineal. LL asumen que  $\rho_i = \rho$  para todo  $i$ , y además que  $u_{it} \sim iid(0, \sigma_u^2)$ , aunque en el caso que el término de error presente correlación serial, el modelo puede ser transformado incluyendo retardos de la primera diferencia de las series incluidas en el panel.

Levin y Lin LL contrastan la hipótesis nula:

$$H_0: \rho = 1,$$

Contra la hipótesis alterna que cada una de las series individuales es estacionaria, es decir:

---

<sup>18</sup> Otro trabajo contemporáneo al de Levin y Lin (1992) es el de Quah (1994).



$$H_a: \rho < 1$$

Es importante observar que en el modelo considerado por LL se impone la hipótesis de homogeneidad al asumir que  $\rho_i = \rho$ . LL proveen factores de estandarización necesarios para que el estadístico  $t$  resultante esté distribuido normalmente en el límite.

Una de las desventajas que presenta la prueba de LL es que requiere que  $\rho_i$  sea homogéneo para todos los individuos considerados en panel, es decir que  $\rho_i = \rho$ .

A continuación se presentan los resultados de las pruebas de raíces unitarias aplicadas al PIB per capital departamental. El cuadro 4.3 muestra los resultados de las prueba de raíces unitarias, tanto para la serie en nivel como la serie en primeras diferencias. Los resultados indican que la primera diferencias de la serie es estacionarias, lo cual implica que las series en niveles son integradas de orden uno, es decir, son I(1).

**Cuadro 4.3 Resultados de los Tests de Raíz Unitaria en Datos Panel**

Prueba	LnPIB		$\Delta(\text{LnPIB})$	
	Estadístico	Probabilidad	Estadístico	Probabilidad
ADF - Fisher (Chi-cuadrado)	9.523	0.942	35.174	0.009***
PP - Fisher (Chi-cuadrado)	17.316	0.502	91.791	0.000***
Levin, Lin & Chu (t)	1.232	0.891	0.547	0.708
Breitung (Estadístico t)	-1.837	0.033**	-8.91	0.000***
Im, Pesaran y Shin (Estadístico W)	1.570	0.942	-2.830	0.002***
PP - Choi (Estadístico Z)	0.059	0.524	92.761	0.001***
ADF - Choi (Estadístico Z)	1.672	0.953	35.453	0.002***
Heteroscedastic				

-\*\*/\*\*\*: significativo al 95% y 99% de confianza; todas las pruebas incluyen intercepto individual y tendencia en proceso  
 -Todas las pruebas de raíz unitaria en panel trabajan bajo la hipótesis nula de raíz unitaria; sin embargo solamente las pruebas de Hadri (Est. Z) y Heteroscedastic Consistent (Est. Z) trabajan bajo la hipótesis nula de estacionariedad  
 -Las probabilidades de la prueba de Fisher fueron calculadas usando la distribución Chi-cuadrado asintótica, mientras las demás pruebas asumen normalidad asintótica.

**Elaboración propia de los autores**

Este resultado tiene una implicación fuerte, e indica que el PIB per cápita departamental no es estacionario, es decir, que choques exógenos sobre el PIB per cápita departamental tienen un efecto permanente en su comportamiento de largo plazo. Adicionalmente, la no estacionariedad da un indicio de la existencia de no convergencia entre los PIB per cápita departamentales en Bolivia, lo que refuerza los resultados en el análisis de convergencia tipo sigma en la subsección anterior bajo las metodologías estáticas y dinámicas.

## 5. Hallazgos con distintas metodologías sobre la convergencia departamental en Bolivia

Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

**Cuadro 5.1 Resultados de Distintas Pruebas**

TIPO DE INDICADOR	INDICADOR	CONVERGENCIA
ESTÁTICO	Gamma	NO
	Alpha	NO
	Theil	NO
	IHH	SI
DINAMICO	Beta	NO
	Sigma	NO
ESTACIONARIEDAD	Raíces Unitarias	NO
Convergencia condicional		SI (2000-2011)*

\*velocidad de convergencia anual de 0.2%, cuadro 3.2 modelos econométricos espaciales (modelo 9 y 10)

Elaboración propia de los autores

En general se puede afirmar que las medidas estáticas (con excepción del índice de Herfindahl e Hirschman) nos afirman que los departamentos de Bolivia, habrían aumentado su brecha de desigualdad en distinto grado, a su vez las medidas dinámicas corroboran los hallazgos de las medidas estáticas, y también sugieren que no existe convergencia durante el periodo en estudio. Por su parte, las pruebas de estacionariedad nos afirman que durante todo el periodo en estudio, la variable PIBpc no tiene un proceso de reversión a su media y por lo mismo se presenta raíces unitarias en la variable. Solamente, tomando en cuenta el concepto de convergencia condicional, se halla de manera robusta para el periodo 2000 al 2011, un proceso de convergencia condicional, que la misma es probada y aceptada, tanto en el modelo econométrico espacial (cuadro 3.2, modelos 9 y 10), como también, con el modelo de datos panel (cuadro 4.2, periodo 2000-2011) y los índices estáticos de Theil y Herfindahl-Hirschman en las gráficas 2.2 y 2.3 respectivamente.

## 6. Conclusiones

Este trabajo ha intentado caracterizar el proceso de convergencia de los departamentos de Bolivia, utilizando modelos dinámicos de panel sin regresores exógenos y modelos econométricos con efectos espaciales. Por el lado del panel, se ha propuesto utilizar conjuntamente la prueba de Breusch-Pagan (1980). La prueba  $F$  por efectos fijos en el panel, para discriminar entre las hipótesis de convergencia absoluta y condicional. Se ha presentado cierta evidencia a favor de convergencia condicional especialmente para el periodo 2000-2011, una convergencia condicional no significativa para el periodo 1990-2011 y un proceso de divergencia para el periodo 1990-2000. Finalmente, utilizando los métodos PCSE y FGLS

se corrige los problemas de autocorrelación contemporánea, correlación serial y heterocedasticidad que presentan los modelos originales de efectos fijos y se llega a la misma conclusión, de que existe un proceso de convergencia condicional, especialmente para el periodo 2000-2011 (cuadro 4.2, periodo 2000-2011) y la misma es apoyado por los índices estáticos de Theil y Herfindahl-Hirschman en las gráficas 2.2 y 2.3 respectivamente, este resultado de convergencia condicional, para la primera década del nuevo siglo, estaría explicado por la aplicación de programas sociales y por la inserción y aplicación de políticas redistributivas en los últimos años.

Por su parte, los modelos econométricos espaciales, apoyan los resultados de los modelos panel y llegan a la conclusión de que existe solo un proceso de convergencia condicional de manera clara, para el periodo 2000-2011 (cuadro 3.2, modelos 9 y 10) y también la presencia de dependencia espacial a través de un modelo SAR, por lo mismo, se confirma la presencia de un proceso de asociación espacial, en el cual se reafirma la relación existente entre crecimiento y concentración económica. Al mismo tiempo, las medidas estáticas (con excepción del índice de Herfindahl e Hirschman y el Índice de Theil para después del 2004 para adelante) nos afirman que los departamentos de Bolivia, habrían aumentado su brecha de desigualdad en distinto grado, a su vez las medidas dinámicas corroboran los hallazgos de las medidas estáticas. Por ultimo, las pruebas de estacionariedad nos afirman que durante todo el periodo en estudio, la variable PIBpc no tiene un proceso de reversión a su media y por lo mismo se presenta raíces unitarias en la variable, aunque este ultimo resultado, estuviese condicionado a que se realicen pruebas de raíz unitaria con sub muestras o muestras particionadas, con la finalidad de analizar un periodo con relación a otro.

Por ultimo a lo que respecta a la hipótesis de la existencia de efectos espaciales en la desigualdad departamental y en los núcleos de convergencia, se constata la existencia de efectos espaciales, tanto considerando los efectos de vecindad como la concentración económica espacial.

### **Bibliografía**

Aroca, P., & Bosch, M. (2000). Crecimiento, convergencia y espacio en las regiones chilenas: 1960-1998. *Estudios de Economía*.

Azzoni, C. (1995). *Desigualdades regionales en el Brasil de las desigualdades: reflexiones a partir de las nuevas evidencias*.

- Anselin, L. (1988): *Spatial econometrics: Methods and models*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Anselin, L., y Bera, A. (1998): «Spatial dependence in linear regression models with an introduction to spatial econometrics», en Giles, D., y Ullah, A. (eds.), *Handbook of applied economic statistics*, Marcel Dekker.
- Anselin, L., y Florax, J. (1995): «New directions in spatial econometrics: Introduction», en Anselin, L., y Florax, J. (eds.), *New directions in spatial econometrics*, Springer.
- Amador, F. (2008). “Desarrollo regional en Colombia: Un análisis desde las estructuras productivas y las disparidades económicas Departamentales 1990 - 2005”. *Tesis para optar por el Grado de Magíster en Gestión y Políticas Públicas*. Universidad de Chile.
- Asuad, S. N. E.; Quintana, R. L., y Ramírez, H. R. (2007): «Desarrollo y políticas regionales en México: retos y perspectivas 2006-2020», pp. 231-263, en el libro *Políticas de desarrollo regional, agenda para el desarrollo*, vol. 13, coordinado por José Luis Calva Editores: H. Cámara de Diputados, LX Legislatura y UNAM, Editorial Miguel Ángel Porrúa, 2007. — (2007b): «Desarrollo y políticas urbanas en México: retos y perspectivas», pp. 353-383, en el libro *Políticas de desarrollo regional, Agenda para el Desarrollo*, vol. coordinado por José Luis Calva Editores: H. Cámara de Diputados, LX Legislatura y UNAM, Editorial Miguel Ángel Porrúa.
- Asuad, N.E. (2001) “Economía regional y urbana”, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Colegio de Puebla, AEFÉ-UNAM, México.
- Badinger, H.; Müller, W. G., y Tondl, G. (2002): «Regional Convergence in the European Union (1985-1999): A Spatial Dynamic Panel Analysis», *Discussion Paper Series*, 26329, Hamburg Institute of International Economics.
- Baltagi, B.H., Kao, C., (2000).” Nonstationary panels, cointegration in panels and dynamic panels”: A survey. Nonstationary panels, cointegration in panels and dynamic panels Baltagi, B.H., Kao, C. (editors) 15, 7-51.
- Breitung, J., Das, S., (2004). “Panel unit root tests under cross sectional dependence”. Manuscript, Institute of Econometrics, University of Bonn.
- Chang, Y., (2004). “Bootstrap unit root tests in panels with cross-sectional dependency”. *Journal of Econometrics* 120, 263-293.
- Barro, R., y Sala-i-Martin, X. (1990): «Economic Growth and Convergence across the United States», *NBER Working Paper*, 3419.
- (1991): «Convergence across States and Regions», *Brooking Papers on Economic Activity*, 1: 107-182.
- (1992): «Convergence», *Journal of Political Economy*, 100: 407-443.
- (2004): *Economic Growth*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts; London, England.
- Barro, Robert J. y Xavier Sala-i-Martin (1995a), “Technological Diffusion, Convergence and Growth”, *Discussion Paper Series* N° 1255, Centre for Economic Policy Research, mimeo.
- (1995b); *Economic Growth*, MacGraw-Hill, Inc.

- Beck, Nathaniel (2001), "Time-Series-Cross-Section Data: What Have We Learned in the Past Few Years?", *Annual Review of Political Science*, 4: 271-93.
- Caballero, Benigno (2003): Notas de Clase de Econometría y Estadística, Universidad Técnica de Oruro
- Choi, I. (2001). "Unit root test for panel data". *Journal of International Money y Finance*, vol. 20, pp. 249 – 272.
- Cermeño, R. (2001). "Decrecimiento y convergencia de los estados mexicanos. Un análisis de panel", *El trimestre económico*, México, DF, pag. 603.
- Cuadrado, J. R., y García, B. (1995). "Las diferencias interregionales en España, evolución y perspectivas". *La Economía Española en un Escenario Abierto*.
- Esquivel, G. (1999): «Convergencia regional en México, 1940-1995», *Trimestre Económico*, 66: 725-761.
- Esteban, J. (1994): «La desigualdad interregional en Europa y en España: descripción y análisis », en *Crecimiento y convergencia regional en España y Europa*, 2: 13-82, Instituto de Análisis Económico-CSIC y Fundación de Economía Analítica, Barcelona.
- Ezcurra, R. (2001): «Convergencia y cambio estructural en la Unión Europea», *mimeo*, Departamento de Economía Universidad Pública de Navarra.
- Fisher, M. M., y Stirböck, C. (2006): «Pan-European regional income growth and club-convergence. Insights from a spatial econometric perspective», *The Annals of Regional Science*, 40: 693-721.
- Hadri, K. (2000). "Testing for stationarity in heterogeneous panel data". *Econometric Journal*, vol 3, pp. 148 – 161.
- Hadri, K., Larsson, R., (2005)." Testing for stationarity in heterogeneous panel data where the time dimension is finite". *The Econometrics Journal* 8, 55-69.
- Harris, D., Leybourne, S., McCabe, B., (2004)." Panel stationarity tests for purchasing power parity with cross-sectional dependence". Manuscript, University of Nottingham.
- Hsiao, C, (1986), "*Anaiysis of Panel Data*". Cambridge University Press.
- Im, K., Pesaran, M.H., Shin, Y., (2003). "Testing for unit roots in heterogeneous panels". *Journal of Econometrics* 115, 53-74.
- Kelejian, H., y Prucha, I. (1998): «A generalized spatial two-stage least squares procedure for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 99-121.
- Krugman, P. (1992): *Geografía y comercio*, Antoni Bosch Editor, Barcelona, España.
- Kunst, R. M., (1997). "Testing for cyclical non-stationarity in autoregressive processes". *Journal of Time Series Analysis* 18, 123-135.
- LeSage, J. (1999) "Spatial econometrics". Department of Economics, University of Toledo, USA.
- Levin, A., Lin, C.F., (1992). "Unit root tests in panel data: Asymptotic and finite sample properties". Discussion Paper #92-93. University of California at San Diego.

- Lucas, R. E. Jr. (1988): «On the mechanics of economic development», *Journal of Monetary Economics*, 22: 3-42.
- Maddala, G.S., Wu, S., (1999).” A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test”. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 61, 631-652.
- Maddala, G.S., Wu, S., (2000). “Cross-country growth regressions: Problems of heterogeneity, stability and interpretation”. *Applied Economics* 32, 635-642.
- Mankiw, N.G. (1995) “The growth of nations” in *Brooking Papers on Economic Activity* 1. pp. 275-326
- Mankiw, N.G., Romer, D. and Weil, D. (1992) “ A contribution to the empirics of economic growth” *Quarterly Journal of Economics* 107, No. 2, (May) pp. 407- 437
- McCoskey, S.K., (2002).” Convergence in Sub-Saharan Africa: A nonstationary panel data approach”. *Applied Economics* 34, 819-829.
- Mendoza, M. A. (2006): «Capital Humano y Crecimiento Regional», *mimeo*, Facultad de Economía, UNAM.
- Morandé, F., Soto, R., y Pincheira, P. (1996). Achilles, the tortoise, and Regional Growth in Chile. *Análisis Empírico del Crecimiento en Chile*.
- Pedroni, P. (1999). “Critical Values for Cointegration Test in Heterogeneous Panels with Multiple Regressors”. *Oxford Bulletin of Economics y Statistics*, Special Issue 0305-9049.
- Quah, D. (1996): «Regional Convergence Cluster across Europe», *European Economic Review*, 40, 951-958.
- Quintana, R. L., y Mendoza, M. A. (2008): *Econometría básica. Modelos y aplicaciones a la economía mexicana*, Plaza y Valdés.
- Romer, P. M. (1986): «Increasing returns and long-run growth», *Journal of Political Economy*, 94 (5): 1002-1037.
- Sala-i-Martin, X. (1994): *Apuntes de crecimiento económico*, Antoni Bosch, Barcelona.
- Soruco, C.F., (2011): “Espacio, Crecimiento y Convergencia Regional en Bolivia 1990-2010”, Documento de Investigación Banco Central de Bolivia.
- Terrasi, M. (2002): «National and Spatial Factors in EU Regional Convergence», en Cuadrado Roura, J. R., y Parellada, M., *Regional Convergence in the European Union*, Springer- Verlag, Berlin.
- Quah, D., (1994). “Exploiting cross-section variations for unit root inference in dynamic data”. *Economics Letters* 44, 9-19.
- Smith, L.V., Leybourne, S., Kim, T.H., Newbold, P., (2004). “More powerful panel data unit root tests with an application to mean reversion in real exchange rates”. *Journal of Applied Econometrics* 19, 147-170.
- Stock, J.H., (1994).” Unit roots, structural breaks and trends. Handbook of Econometrics”, Volume IV, Engle, R.F, McFadden, D.L. (editors). North-Holland, Amsterdam.
- Yule, G.U., (1926).” Why do we sometimes get nonsense correlations between time series? A study in sampling and the nature of time series”. *Journal of the Royal Statistical Society* 89, 1-64.

## ANEXO NRO 1

### Autocorrelación Serial

Es importante señalar que aún cuando hemos modelado la heterogeneidad temporal y espacial en nuestro modelo, la ecuación de datos panel puede estar mal especificada en otros aspectos. Recordemos que de acuerdo con los supuestos de Gauss-Markov, los estimadores de OLS son los Mejores Estimadores Lineales Insesgados (MELI) siempre y cuando los errores  $e_{it}$  sean independientes entre si y se distribuyan idénticamente con varianza constante  $\sigma^2$ . Desafortunadamente, con frecuencia estas condiciones son violadas en datos panel: la independencia se viola cuando los errores de diferentes unidades están correlacionados (correlación contemporánea), o cuando los errores dentro de cada unidad se correlacionan temporalmente (correlación serial), o ambos. A su vez, la distribución “idéntica” de los errores es violada cuando la varianza no es constante (heteroscedasticidad). En esta sección abordaremos al problema de la correlación serial o “autocorrelación”; es decir, cuando los errores  $e_{it}$  no son independientes con respecto al tiempo. En nuestro ejemplo, es muy probable que el nivel de gasto en  $t$  esté asociado con el nivel de gasto en  $t-1$ .

Existen muchas maneras de diagnosticar problemas de autocorrelación. Sin embargo, cada una de estas pruebas funciona bajo ciertos supuestos sobre la naturaleza de los efectos individuales. Wooldridge desarrolló una prueba muy flexible basada en supuestos mínimos que puede ejecutarse en *Stata*. La hipótesis nula de esta prueba es que no existe autocorrelación; naturalmente, si se rechaza, podemos concluir que ésta sí existe.<sup>19</sup>

### Heteroscedasticidad

Cuando la varianza de los errores de cada unidad transversal no es constante, nos encontramos con una violación de los supuestos Gauss-Markov. Una forma de saber si nuestra estimación de datos panel tiene problemas de heteroscedasticidad, es a través de la prueba del Multiplicador de Lagrange de Breusch y Pagan. Sin embargo, de acuerdo con Greene, ésta y otras pruebas son sensibles al supuesto sobre la normalidad de los errores; afortunadamente, la prueba Modificada de Wald para Heteroscedasticidad funciona aún

---

<sup>19</sup>Para una discusión más amplia de esta prueba, consulta Wooldridge, J. M. 2002. *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. Cambridge, MA: MIT Press.

cuando dicho supuesto es violado.<sup>20</sup> La hipótesis nula de esta prueba es que no existe problema de heteroscedasticidad, es decir,  $\sigma_i^2 = \sigma^2$  para toda  $i=1 \dots N$ , donde  $N$  es el número de unidades transversales (“departamentos” en nuestro ejemplo). Naturalmente, cuando la  $H_0$  se rechaza, tenemos un problema de heteroscedasticidad.

### **Autocorrelación contemporánea**

Las estimaciones en datos panel pueden tener problemas de correlación contemporánea si las observaciones de *ciertas* unidades están correlacionadas con las observaciones de otras unidades en el mismo periodo de tiempo. Como discutimos en la sección sobre **heterogeneidad**, las variables dicotómicas de efectos temporales se incorporan al modelo para controlar por los eventos que afectan por igual *a todas* las unidades (departamentos de Bolivia) en un año dado. La correlación contemporánea es similar, pero con la posibilidad de algunas unidades estén más o menos correlacionadas que otras. El problema de correlación contemporánea se refiere a la correlación de los errores de al menos dos o más unidades en el mismo tiempo  $t$ . En otras palabras, tenemos errores contemporáneamente correlacionados si existen características inobservables de ciertas unidades que se relacionan con las características inobservables de otras unidades. Por ejemplo, los errores de dos departamentos de Bolivia, pueden relacionarse pero mantenerse independientes de los errores de los demás estados.

En *Stata* ejecuta la prueba de Breusch y Pagan para identificar problemas de correlación contemporánea en los residuales de un modelo de efectos fijos. La hipótesis nula es que existe “independencia transversal” (*cross-sectional independence*); es decir, que los errores entre las unidades son independientes entre sí. Si la  $H_0$  se rechaza, entonces existe un problema de correlación contemporánea<sup>21</sup>.

### **¿Cómo solucionar los problemas de heterogeneidad, correlación contemporánea, heteroscedasticidad y autocorrelación?**

Los problemas de correlación contemporánea, heteroscedasticidad y autocorrelación que hemos examinado pueden solucionarse conjuntamente con estimadores de Mínimos

---

<sup>20</sup> Para una discusión sobre esta prueba, consulta Greene, W. 2000. *Econometric Analysis*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, p. 598.

<sup>21</sup> Técnicamente, el comando **de Stata que** prueba la hipótesis de que la matriz de correlación de los residuales, obtenida sobre las observaciones comunes a todas las unidades transversales, es una matriz de identidad de orden  $N$ , donde  $N$  es el número de unidades transversales. Para una discusión de esta prueba, consulta Greene, W. 2000. *Econometric Analysis*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, p. 601.



Cuadrados Generalizados Factibles (*Feasible Generalized Least Squares* ó FGLS), o bien con Errores Estándar Corregidos para Panel (*Panel Corrected Standard Errors* ó PCSE).<sup>22</sup> Beck y Katz (*What to do (and not to do) with time-series cross-section data*, 1995) demostraron que los errores estándar de PCSE son más precisos que los de FGLS. Desde entonces, muchos trabajos en la disciplina han utilizado PCSE en sus estimaciones para panel.<sup>23</sup>

*Stata* ejecuta FGLS y PCSE. Las opciones que ofrecen estos comandos dependen de los problemas detectados en las pruebas que hemos revisado.

### Prueba de autocorrelación serial para los modelos de efectos fijos

#### Periodo 1990-2011

#### Periodo 2000-2011

Wooldridge test for autocorrelation in panel data Wooldridge test for autocorrelation in panel data

H0: no first order autocorrelation

H0: no first order autocorrelation

F( 1, 8) = 11.790

F( 1, 8) = 4.661

Prob > F = 0.0089

Prob > F = 0.0829

### Prueba de autocorrelación contemporánea para los modelos de efectos fijos

#### Periodo 1990-2011

Correlation matrix of residuals:

	__e1	__e2	__e3	__e4	__e5	__e6	__e7	__e8	__e9
__e1	1.0000								
__e2	0.1252	1.0000							
__e3	0.3927	0.5605	1.0000						
__e4	0.5904	0.6442	0.6884	1.0000					
__e5	0.6286	0.6522	0.7858	0.8684	1.0000				
__e6	0.5961	0.5381	0.6881	0.7216	0.6490	1.0000			
__e7	0.0518	0.5833	0.5757	0.3781	0.3401	0.6401	1.0000		
__e8	0.3918	0.7117	0.5363	0.6727	0.6943	0.6363	0.6749	1.0000	
__e9	0.2395	-0.0756	0.1879	0.3793	0.2069	0.1820	0.1915	0.2090	1.0000

Breusch-Pagan LM test of independence: chi2(36) = 219.613, Pr = 0.0000  
Based on 21 complete observations over panel units

#### Periodo 2000-2011

Correlation matrix of residuals:

	__e1	__e2	__e3	__e4	__e5	__e6	__e7	__e8	__e9
__e1	1.0000								
__e2	-0.1795	1.0000							
__e3	0.5045	0.2443	1.0000						
__e4	0.5715	0.5679	0.7451	1.0000					
__e5	0.6227	0.4355	0.6898	0.9243	1.0000				
__e6	0.4044	0.1892	0.7024	0.4081	0.3219	1.0000			
__e7	-0.0830	0.4819	0.6012	0.3021	0.1927	0.7955	1.0000		
__e8	0.3054	0.6799	0.7531	0.7934	0.7602	0.6693	0.6881	1.0000	
__e9	0.5595	-0.0375	0.5769	0.5627	0.6378	0.1860	0.0971	0.2142	1.0000

Breusch-Pagan LM test of independence: chi2(36) = 115.445, Pr = 0.0000  
Based on 11 complete observations over panel units

<sup>22</sup> Para una introducción técnica, pero fácil de entender sobre las propiedades de FGLS y PCSE, ver: Nathaniel Beck, "Time-Series-Cross-Section Data: What Have We Learned in the Past Few Years?", *Annual Review of Political Science*, 4: 271-93 (2001).

<sup>23</sup> Hasta la fecha, el debate entre FGLS y PCSE continúa, y ya se han desarrollado algunos métodos alternativos. Para propósitos de esta investigación para Bolivia, vale la pena estimar ambos métodos y comparar resultados.

## Prueba de heterocedasticidad para los modelos de efectos fijos

### Periodo 1990-2011

Modified Wald test for groupwise heteroskedasticity  
in fixed effect regression model

H0:  $\sigma(i)^2 = \sigma^2$  for all i

chi2 (9) = 21.44  
Prob>chi2 = 0.0109

### Periodo 2000-2011

Modified Wald test for groupwise heteroskedasticity  
in fixed effect regression model

H0:  $\sigma(i)^2 = \sigma^2$  for all i

chi2 (9) = 44.01  
Prob>chi2 = 0.0000

Elaboración propia de los autores

